

EJERCICIOS DE INECUACIONES

REPASO DE DESIGUALDADES:

1. Dadas las siguientes desigualdades, indicar si son V o F utilizando la recta real. Caso de ser inecuaciones, indicar la solución también mediante la recta \mathbb{R} :

a) $4 > -3$	c) $4 \geq 6$	e) $3 \leq 3$	g) $x \leq -3$
b) $5 < -6$	d) $3 < 3$	f) $x > 0$	h) $2x < 8$

2. Razonar, operando, que la desigualdad $\frac{1}{9} - \frac{5}{12} \geq -\frac{1}{4}$ es falsa. Comprobarlo con la calculadora.
3. Dada la inecuación $2x > 5$, estudiar si los siguientes números pueden ser solución: $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$, $x = 4$, $x = 5/2$. Indicar, a continuación, su solución general.

INECUACIONES DE 1^{er} GRADO:

4. Dada la inecuación $3x + 1 > x + 5$ se pide, por este orden:

- a) Comprobar si son posibles las soluciones $x = 5$, $x = 0$, $x = -1$
 b) Resolverla y dibujar en la recta real la solución.

5. Resolver las siguientes inecuaciones y representar la solución en la recta real:

a) $2x + 6 \leq 14$ (Sol: $x \leq 4$)	h) $2x - 3 > 4 - 2x$ (Sol: $x > 7/4$)	n) $5(x - 2) - 4(2x + 1) < -3x + 3$ (Sol: $\forall x \in \mathbb{R}$)
b) $3x - 4 \geq 8$ (Sol: $x \geq 4$)	i) $6x - 3 < 4x + 7$ (Sol: $x < 5$)	o) $x(x - 1) > x^2 + 3x + 1$ (Sol: $x < -1/4$)
c) $4x + 7 \leq 35$ (Sol: $x \leq 7$)	j) $3x - 1 < -2x + 4$ (Sol: $x < 1$)	p) $(x + 2)(x + 3) < (x - 1)(x + 5)$ (Sol: $x < -11$)
d) $3x + 5 < x + 13$ (Sol: $x < 4$)	k) $2x + 9 > 3x + 5$ (Sol: $x < 4$)	q) $2(x + 3) + 3(x - 1) > 2(x + 2)$ (Sol: $x > 1/3$)
e) $5 - 3x \geq -3$ (Sol: $x \leq 8/3$)	l) $2(x - 3) + 5(x - 1) \geq -4$ (Sol: $x \geq 1$)	☞ Ejercicios libro: pág. 70: 1a,b; pág. 78: 8, 10, 12
f) $4 - 2x \geq x - 5$ (Sol: $x \leq 3$)	m) $12(x + 2) + 5 < 3(4x + 1) + 3$ (Sol: \exists soluc.)	
g) $5 + 3x < 4 - x$ (Sol: $x < -1/4$)		

6. Resolver las siguientes inecuaciones, quitando previamente los denominadores:

a) $\frac{x - 1}{2} - \frac{x - 4}{3} < 1$ (Sol: $x < 1$)	f) $\frac{x + 4}{3} - \frac{x - 4}{5} > 2 + \frac{3x - 1}{15}$ (Sol: $x < 3$)
b) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} > 5 - \frac{x}{6}$ (Sol: $x > 5$)	g) $\frac{3x - 3}{5} - \frac{4x + 8}{2} < \frac{x}{4} - 3x$ (Sol: $x < 92/27$)
c) $\frac{2x - 4}{3} + \frac{3x + 1}{3} < \frac{2x - 5}{12}$ (Sol: $x < 7/18$)	h) $\frac{x - 1}{2} - x < \frac{1 - x}{4} - 3$ (Sol: $x > 9$)
d) $\frac{x}{2} + \frac{x + 1}{7} > x - 2$ (Sol: $x < 6$)	i) $\frac{x}{3} - \frac{2x + 1}{8} - \frac{8 - 10x}{45} > 0$ (Sol: $x > 109/110$)
e) $\frac{5x - 2}{3} - \frac{x - 8}{4} > \frac{x + 14}{2} - 2$ (Sol: $x > 4$)	j) $\frac{x}{2} + \frac{x + 1}{7} - x + 2 < 0$ (Sol: $x > 6$)
	k) $4x - \frac{3 - 2x}{4} < \frac{3x - 1}{3} + \frac{37}{12}$ (Sol: $x < 1$)

<p>l) $\frac{2x+3}{4} > \frac{x+1}{2} + 3$ (Sol: \nexists soluc.)</p> <p>m) $\frac{x-2}{3} - \frac{12-x}{2} > \frac{5x-36}{4} - 1$ (Sol: $x < 8$)</p> <p>n) $\frac{x}{18} - \frac{2x+1}{12} \geq \frac{2-4x}{24}$ (Sol: $x \geq 3$)</p>	<p>o) $1 - \frac{3x-7}{5} > \frac{5x+4}{15} - \frac{x-1}{3}$ (Sol: $x < 3$)</p>
--	---

☞ Ejercicios libro: **pág. 70: 1c,d,e,f; pág. 78: 9**

INECUACIONES DE 2º GRADO:

7. Resolver las siguientes inecuaciones y representar la solución en la recta real:

<p>a) $x^2 - 6x + 8 \geq 0$ [Sol: $x \in (-\infty, 2] \cup [4, \infty)$]</p> <p>b) $x^2 - 2x - 3 < 0$ [Sol: $x \in (-1, 3)$]</p> <p>c) $x^2 - 5x + 6 > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, 2) \cup (3, \infty)$]</p> <p>d) $x^2 - 3x - 10 \leq 0$ [Sol: $x \in [-2, 5]$]</p> <p>e) $3x^2 - 10x + 7 \geq 0$ [Sol: $x \in (-\infty, 1] \cup [7/3, \infty)$]</p> <p>f) $2x^2 - 16x + 24 < 0$ [Sol: $x \in (2, 6)$]</p> <p>g) $x^2 - 4x + 21 \geq 0$ [Sol: $\forall x \in \mathbb{R}$]</p> <p>h) $x^2 - 3x > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, 0) \cup (3, \infty)$]</p> <p>i) $x^2 - 4 \geq 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -2] \cup [2, \infty)$]</p> <p>j) $x^2 - 4x + 4 > 0$ [Sol: $x \in \mathbb{R} - \{2\}$]</p> <p>k) $x^2 + 6x + 9 \geq 0$ [Sol: $\forall x \in \mathbb{R}$]</p> <p>l) $x^2 - 2x + 1 < 0$ [Sol: \nexists soluc.]</p> <p>m) $6x^2 - 5x - 6 < 0$ [Sol: $x \in (-2/3, 3/2)$]</p> <p>n) $x^2 - 9x + 18 < 0$ [Sol: $x \in (3, 6)$]</p> <p>o) $x^2 - 4x + 7 < 0$ [Sol: \nexists soluc.]</p> <p>p) $x^2 - 2x + 6 \leq 0$ [Sol: \nexists soluc.]</p> <p>q) $2x^2 + 8x + 6 < 0$ [Sol: $x \in (-3, -1)$]</p> <p>r) $2x^2 + 10x + 12 \leq 0$ [Sol: $x \in [-3, -2]$]</p> <p>s) $-x^2 + 5x - 4 \geq 0$ [Sol: $x \in [1, 4]$]</p> <p>t) $x^2 \geq 4$ [Sol: $x \in (-\infty, -2] \cup [2, \infty)$]</p>	<p>u) $(x+2)(x-5) > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -2) \cup (5, \infty)$]</p> <p>v) $(x-3)(x-1) < 0$ [Sol: $x \in (1, 3)$]</p> <p>w) $(4x-8)(x+1) > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -1) \cup (2, \infty)$]</p> <p>x) $(2x-4)3x > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, 0) \cup (2, \infty)$]</p> <p>y) $x^2 < 9$ [Sol: $x \in (-3, 3)$]</p> <p>z) $9x^2 - 16 > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -4/3) \cup (4/3, \infty)$]</p> <p>α) $3x^2 + 15x + 21 < 0$ [Sol: \nexists soluc.]</p> <p>β) $2x^2 - 5x + 2 < 0$</p> <p>γ) $-2x^2 + 5x + 3 > 0$</p> <p>δ) $x^2 - 9x + 20 \leq 0$</p> <p>ε) $-2x^2 + 2x + 15 < 0$</p> <p>ζ) $x^2 - 5x + 4 > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, 1) \cup (4, \infty)$]</p> <p>η) $3x^2 - 4x < 0$ [Sol: $x \in (0, 4/3)$]</p> <p>θ) $x^2 + 16 \geq 0$</p> <p>ι) $2x^2 - 8 > 0$</p> <p>κ) $x^2 + x + 1 \geq 0$</p> <p>λ) $-4x^2 + 12x - 9 \leq 0$ [Sol: $\forall x \in \mathbb{R}$]</p>
---	--

☞ Ejercicios libro: **pág. 72: 3; pág. 79: 18 y 19**

8. Resolver las siguientes inecuaciones de 2º grado reduciéndolas previamente a la forma general:

<p>a) $x(x+3) - 2x > 4x + 4$ [Sol: $x \in (-\infty, -1) \cup (4, \infty)$]</p> <p>b) $(x-1)^2 - (x+2)^2 + 3x^2 \leq -7x + 1$ [Sol: $x \in [-4/3, 1]$]</p> <p>c) $x(x^2+x) - (x+1)(x^2-2) > -4$ [Sol: $x > -3$]</p> <p>d) $(2x-3)^2 \leq 1$ [Sol: $x \in [1, 2]$]</p> <p>e) $4x(x+39) + 9 < 0$ [Sol: $x \in \left(-\frac{39}{2} - 3\sqrt{42}, -\frac{39}{2} + 3\sqrt{42}\right)$]</p> <p>f) $-x(x+2) + 3 \geq 0$ [Sol: $x \in [-3, 1]$]</p> <p>g) $(3x-2)^2 + 5x^2 \geq (3x+2)(3x-2)$ [Sol: $\forall x \in \mathbb{R}$]</p> <p>h) $4x(x+3) + (x+2)(x-2) > (2x+3)^2 + x - 1$ [Sol: $x \in (-\infty, -3) \cup (4, \infty)$]</p> <p>i) $(2x+3)(2x-3) + 5x > 2(x+1) - 1$ [Sol: $x \in (-\infty, -2) \cup (5/4, \infty)$]</p>	<p>j) $(2x+2)(2x-2) \leq (x+1)^2 + 2(x+1)(x-1)$ [Sol: $x \in [-1, 3]$]</p> <p>k) $(2x+3)(2x-3) \leq (2x-3)^2 + 30x$ [Sol: $x \geq -1$]</p> <p>l) $(2x-3)^2 + x^2 > (3x+1)(3x-1) - 6$ [Sol: $x \in (-4, 1)$]</p> <p>m) $(x+3)(x-3) - (x-2)^2 < 6 + x(x-5)$ [Sol: $x \in \left(-\infty, \frac{9-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{9+\sqrt{5}}{2}, \infty\right)$]</p> <p>n) $(2x+1)(x+1) \leq (x+2)(x-2) + 3$ [Sol: $x \in [-2, -1]$]</p> <p>o) $\frac{(2x+1)(2x-1)}{6} - \frac{(x+1)^2}{9} \leq \frac{x(7x-8)-1}{18}$ [Sol: $x \in [-2, 2/3]$]</p>
---	--

p) $\frac{(x-3)^2}{2} + \frac{(x+1)(x-1)}{3} < \frac{4x^2 - 19x + 31}{6}$ [Sol: $x \in (-3, 2)$]

q) $\frac{(x+2)(x-2)}{12} + \frac{2x+1}{18} - \frac{6-5(x-2)}{6} \leq \frac{3(x-1)^2 + 11}{36}$
[Sol: $x \leq 3$]

r) $\frac{(x+2)(x-2)}{4} - \frac{(x-3)^2}{3} \geq \frac{x(11-x)}{6}$
[Sol: $x \in (-\infty, -8] \cup [6, \infty)$]

s) $\frac{x^2+2}{3} + \frac{x+7}{12} \geq 1 + \frac{x^2+1}{4}$

t) $\frac{(x-2)^2}{2} + \frac{5x+6}{6} < \frac{(x+3)(x-3)}{3} + 6$ [Sol: $x \in (0, 7)$]

Ejercicios libro: **pág. 72: 4; pág. 79: 17, 20 y 21** (sin denominadores); **pág. 79: 22** (más elaborados)

9. ¿Por qué no se puede hacer lo siguiente: $x^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$? ¿Cuál sería la forma correcta de proceder?

INECUACIONES POLINÓMICAS DE GRADO >2:

10. Resolver las siguientes inecuaciones aplicando el método más apropiado en cada caso:

a) $x^3 - 5x^2 + 2x + 8 \geq 0$ [Sol: $x \in [-1, 2] \cup [4, \infty)$]

b) $x^3 - x^2 - 6x < 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -2) \cup (0, 3)$]

c) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \geq 0$ [Sol: $x \in [-2, 1] \cup [3, \infty)$]

d) $x^4 - 1 > 0$ [Sol: $x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$]

e) $\frac{(x+2)(x-2)}{4} - \frac{x^2}{2} < \frac{(x^2 - 2x)(x^2 + 2x)}{4} - 2$

f) $x^3 - 6^2 + 36 \leq 0$ [sol: $x \in (-\infty, -2]$]

Ejercicios libro: **pág. 73: 5b; pág. 79: 24, 25 y 28**

INECUACIONES FACTORIZADAS:

11. Resolver las siguientes inecuaciones aplicando el método más apropiado en cada caso:

a) $(x^2 - x - 2)(x^2 + 9) > 0$

b) $(x^2 + 2x - 15) < 0$

c) $(2x + 5)(x^3 - 4x)(x^2 - 4x + 4) \leq 0$

d) $x^2(x - 2) \leq 0$

e) $(x + 1)^2(x - 3) < 0$

f) $x^2(2x - 5)(x + 2) \geq 0$

g) $(x - 3)(x + 5)(x^2 + 1) > 0$

h) $(x + 2)^2(x - 3)^2 > 0$

i) $(x - 5)(x^2 + 4) \leq 0$

Ejercicios libro: **pág. 79: 26 y 27**

SISTEMAS DE INECUACIONES DE 1º GRADO:

12. Resolver los siguientes sistemas de inecuaciones de 1º grado con una incógnita, indicando la solución de dos formas distintas: mediante intervalos, y representando en la recta real:

a) $\begin{cases} -2x - 6 \leq 0 \\ 3x + 3 \leq 0 \end{cases}$ [Sol: $x \in [-3, -1]$]

b) $\begin{cases} 1 - x < 2 - 3x \\ 3 + x < 2 + 5x \end{cases}$ [Sol: $x \in (1/4, 1/2)$]

c) $\begin{cases} 2x + 6 \leq 0 \\ -x + 1 \leq 0 \end{cases}$ [∅ soluc.]

d) $\begin{cases} 3x < 9 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$ [Sol: $x \in [1/2, 3)$]

e) $\begin{cases} 2x + 5 < 3x \\ -x + 8 < 4 \end{cases}$ [Sol: $x \in (5, \infty)$]

f) $\begin{cases} 2x > 8 \\ 2x \leq 4 \end{cases}$ [∅ soluc.]

g) $\begin{cases} 2x \geq 4x - 2 \\ 5x - 4 < 6x - 1 \end{cases}$ [Sol: $x \in (-3, 1]$]

h) $\begin{cases} 3x - 5 \geq 2x - 6 \\ 4x + 1 < 2x + 7 \end{cases}$ [Sol: $x \in [-1, 3)$]

i) $\begin{cases} 7x + 2 > 4x + 5 \\ 5x - 1 \leq 3x + 3 \end{cases}$	[Sol: $x \in (1, 2]$]	t) $\begin{cases} \frac{2(3x-5)}{3} - \frac{3(x-2)}{2} > 1 \\ \frac{2x+3(x-1)}{2} \geq x-1 \end{cases}$	[Sol: $x \in (8/3, \infty)$]
j) $\begin{cases} 3x - 1 < 5x - 5 \\ x \geq 2x + 1 \end{cases}$	[\nexists soluc.]	u) $\begin{cases} 2(x+1) + 2x \geq 3x + 1 - (x+3) \\ 2(2x+1) - 2 < 3(x+1) - x \end{cases}$	[Sol: $x \in [-2, 3/2)$]
k) $\begin{cases} 2x + 1 \leq x + 3 \\ 2x + 3 \leq 3x + 1 \end{cases}$	[Sol: $x = 2$]	v) $\begin{cases} 5x + \frac{4x}{3} + 2 > \frac{10x}{3} + 5 \\ 2 - \frac{x-3}{4} \leq 1 - \frac{x}{2} \end{cases}$	[\nexists soluc.]
l) $\begin{cases} 5x + 2 \geq 4x + 5 \\ 3x - 7 < x + 3 \end{cases}$	[Sol: $x \in [3, 5)$]	w) $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{6-x}{4} < x + 1 \\ 3 - \frac{5x-1}{10} \geq \frac{x-1}{5} - \frac{x-3}{2} \end{cases}$	[Sol: $x \in (-10, 9)$]
m) $\begin{cases} 3x + 2 \geq x - 4 \\ 5 - x \geq -2 \end{cases}$	[Sol: $x \in [-3, 7]$]	x) $\begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{2(x+1)}{5} \geq -1 \\ \frac{3x+1}{4} - \frac{x}{6} < 2 \end{cases}$	[Sol: $x \in [-1, 3)$]
n) $\begin{cases} 4x + 1 < 2x + 9 \\ x + 8 < 5 - 2x \end{cases}$	[Sol: $x \in (-\infty, -1)$]	☞ <i>Ejercicios libro: pág. 78: 13 y 14 (sin denominadores); pág. 71: 2; pág. 78: 15 (con denominadores)</i>	
o) $\begin{cases} 2x - 10 > -x + 2 \\ 12 - 4x > -3x + 2 \end{cases}$	[Sol: $x \in (4, 10)$]	(*) y) $\begin{cases} x(x-1) \leq 6 \\ x^2 + (x+2)(x-2) \geq (x+2)(x-1) \end{cases}$	[Sol: $x \in [1, 6)$]
p) $\begin{cases} 5 - x \leq 4x - 4 \\ 1 - 2x \geq -3 \end{cases}$	[Sol: $x \in [9/5, 2]$]	(*) z) $\begin{cases} x(x-1) < 2 \\ 5(x+1) \geq 4(x+2) - 2 \end{cases}$	[Sol: $x \in [1, 2)$]
q) $\begin{cases} 3(2x-1) - (5+2x) \geq -3 \\ 2[3(x-5) - x + 1] < 1 \end{cases}$	[Sol: $x \in [5/4, 29/4)$]	☞ <i>Ejercicios libro: pág. 75: 7 (no lineales)</i>	
r) $\begin{cases} (2x-3)^2 - (x+1)(x-1) \leq 3x^2 \\ (x+2)^2 - (x-2)^2 > 2x + 1 \end{cases}$	[\nexists soluc.]		
s) $\begin{cases} \frac{2x-3}{2} - \frac{x-1}{3} > 6 \\ \frac{x-5}{4} + \frac{x}{8} \leq 2 \end{cases}$	[\nexists soluc.]		

13. Resolver las siguientes inecuaciones con cocientes:

a) $\frac{x-1}{x-4} > 0$	[Sol: $x \in (-\infty, 1) \cup (4, \infty)$]	f) $\frac{x+3}{x-7} \leq \frac{1}{2}$	[Sol: $x \in [-13, 7)$]
b) $\frac{2x-3}{x+1} \geq 1$	[Sol: $x \in (-\infty, -1) \cup [4, \infty)$]	g) $\frac{x}{x+5} > x$	
c) $\frac{5x-8}{x-3} \leq 4$	[Sol: $x \in [-4, 3)$]	h) $\frac{2x+3}{x-1} \geq 1$	[Sol: $x \in (-\infty, -4) \cup (1, \infty)$]
d) $\frac{x+6}{x-2} > 2$	[Sol: $x \in (2, 10)$]	☞ <i>Ejercicios libro: pág. 74: 6a, b, c; pág. 80: 29 y 31 (sencillos); pág. 74: 6d, e, f; pág. 80: 30</i>	
e) $\frac{x+3}{2x-1} > -\frac{1}{2}$	[Sol: $x \in (1/2, \infty)$]		

14. ¿Por qué no se puede hacer $\frac{x-1}{x-4} > 0 \Rightarrow x-1 > 0$? ¿Cómo se resuelve correctamente?

NOTA: las inecuaciones de 1^{er} grado con dos incógnitas y los sistemas de inecuaciones de 1^{er} grado con dos incógnitas los resolveremos gráficamente al final del curso, cuando veamos el tema de rectas.