Figuras planas. Áreas

EJERCICIOS

001 **Halla la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son:**

a) 15 cm y 8 cm **b) 12 cm y 35 cm**

a) $h = 17$ cm b) $h = 37$ cm

002 **En un triángulo rectángulo, los catetos miden 5 cm y 12 cm. ¿Cuánto mide la hipotenusa?**

$h = 13$ cm

003 **Calcula la diagonal de un rectángulo de 16 m de longitud y 12 m de ancho.**

$d = \sqrt{256 + 144} = 20$ m

004 **¿Se cumple el teorema de Pitágoras en un triángulo que no sea rectángulo?**

No, solo se cumple en triángulos rectángulos.

005 **Indica si los triángulos con estas medidas son rectángulos, acutángulos u obtusángulos.**

a) 10 cm, 11 cm y 20 cm

b) 4 cm, 5 cm y 6 cm

c) 48 cm, 55 cm y 73 cm

a) $20^2 > 10^2 + 11^2 \rightarrow$ Obtusángulo

b) $6^2 < 4^2 + 5^5 \rightarrow$ Acutángulo

c) $73^2 = 55^2 + 48^2 \rightarrow$ Rectángulo

006 **Sobre un campo rectangular, de 16 m de longitud y 12 m de ancho, se traza una diagonal. Calcula su longitud.**

$d = \sqrt{256 + 144} = 20$ m

007 **Determina el largo de un rectángulo de 3 cm de ancho y 22 cm de diagonal.**

$l = \sqrt{488 - 9} = 21{,}79$ cm

008 **Halla cuánto mide el lado de un rombo cuyas diagonales miden 12 y 18 cm, respectivamente.**

$l = \sqrt{6^2 + 9^2} = 10{,}82$ cm

009 **Calcula el lado de un cuadrado si su diagonal mide 18 cm.**

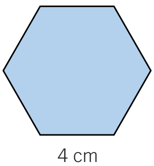
$18^2 = a^2 + a^2 \rightarrow a = 12{,}73$ cm

010 **Calcula la altura de un triángulo equilátero de lado 7 cm.**

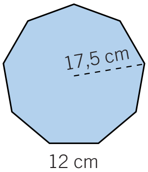
$$h = \sqrt{7^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2} = 6{,}06 \text{ cm}$$

011 **Halla la apotema.**

a)



b)



a) $a = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3{,}46 \text{ cm}$ b) $a = \sqrt{17{,}5^2 - 6^2} = 16{,}44 \text{ cm}$

012 **Determina la altura de un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 8 cm y su base 6 cm.**

$$h = \sqrt{8^2 - 3^2} = 7{,}42 \text{ cm}$$

013 **Halla la medida del lado de un triángulo equilátero cuya altura mide 12 cm.**

$$h^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 \to 144 = \frac{3l^2}{4} \to l = 13{,}86 \text{ cm}$$

014 **Calcula el lado de un hexágono regular de apotema 10 cm.**

$$a^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 \to 100 = \frac{3l^2}{4} \to l = 11{,}55 \text{ cm}$$

015 **Halla el área de los siguientes polígonos.**

a) Rectángulo de altura 5,4 cm y ancho 9 cm.
b) Cuadrado de lado 6 dm.
c) Rombo con diagonal mayor de 5 dm y diagonal menor de 3 cm.
d) Romboide de base 150 mm y altura 65 mm.

a) $A = 5{,}4 \cdot 9 = 48{,}6 \text{ cm}^2$

b) $A = 6 \cdot 6 = 36 \text{ dm}^2$

c) $A = \dfrac{50 \cdot 3}{2} = 75 \text{ cm}^2$

d) $A = 150 \cdot 65 = 9.750 \text{ mm}^2$

016 **Calcula el área de un cuadrado cuya diagonal mide 0,06 m.**

$d^2 = l^2 + l^2 = 2l^2 \to l^2 = 18 \text{ cm}^2$ $A = l^2 = 18 \text{ cm}^2$

Figuras planas. Áreas

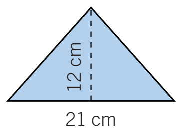
017 **Determina el área de un rombo cuyo lado mide 9 cm y su diagonal menor 5 cm.**

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 = l^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2 \rightarrow \frac{D^2}{4} = 9^2 - 2{,}5^2 \rightarrow D = 17{,}29 \text{ cm}$$

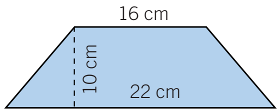
$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{17{,}29 \cdot 5}{2} = 43{,}23 \text{ cm}^2$$

018 **Calcula el área de los polígonos.**

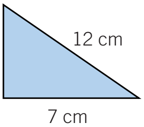
a)



b)



c)



a) $A = \dfrac{21 \cdot 12}{2} = 126 \text{ cm}^2$

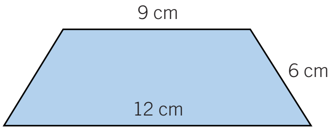
b) $A = \dfrac{16 + 22}{2} \cdot 10 = 190 \text{ cm}^2$

c) $c = \sqrt{144 - 49} = 9{,}75 \text{ cm} \rightarrow A = \dfrac{7 \cdot 9{,}75}{2} = 34{,}11 \text{ cm}^2$

019 **Determina el área de un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 14 cm y su base 22 cm.**

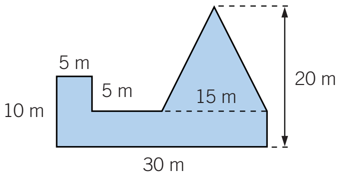
$$h = \sqrt{14^2 - 11^2} = 8{,}66 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{22 \cdot 8{,}66}{2} = 95{,}26 \text{ cm}^2$$

020 **Halla el área de este trapecio.**



$$h = \sqrt{6^2 - \left(\frac{12 - 9}{2}\right)^2} = 5{,}81 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{9 + 12}{2} \cdot 5{,}81 = 61 \text{ cm}^2$$

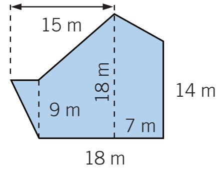
021 **Halla el área de esta figura.**



El área es la suma de las áreas de un cuadrado de lado 5 m, un rectángulo de base 30 m y altura 5 m, y un triángulo de base 15 m y altura 15 m.

$$A = 5^2 + 5 \cdot 30 + \frac{15 \cdot 15}{2} = 25 + 150 + 112{,}5 = 287{,}5 \text{ m}^2$$

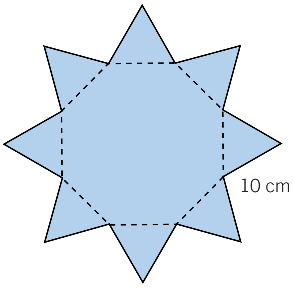
022 **Calcula el área de la figura.**



El área es la suma de las áreas de un triángulo, de base 4 m y altura 9 m, y dos trapecios, uno de bases 9 m y 18 m y altura 11 m, y el otro de bases 18 m y 14 m y altura 7 m.

$$A = \frac{9 \cdot 4}{2} + \frac{9 + 18}{2} \cdot 11 + \frac{18 + 14}{2} \cdot 7 = 18 + 148{,}5 + 112 = 278{,}5 \text{ m}^2$$

023 **Esta estrella de 8 puntas ha sido construida añadiendo a un octógono regular, de lado 10 cm, 8 triángulos equiláteros cuyos lados son iguales que los del octógono. Sabiendo que la apotema del octógono es 12,07 cm, halla el área de la estrella.**



El área es la suma del área del octógono más el área de los 8 triángulos:

$$h = \sqrt{100 - 25} = 8{,}66 \text{ cm}$$

$$A = \frac{10 \cdot 8 \cdot 12{,}07}{2} + 8 \cdot \frac{8{,}66 \cdot 10}{2} =$$
$$= 482{,}8 + 346{,}4 = 829{,}2 \text{ cm}^2$$

024 **Halla la longitud de una circunferencia con:**

a) Radio de 2,3 cm. **b) Diámetro de 16 cm.**

a) $L = 2\pi \cdot 2{,}3 = 14{,}44$ cm

b) $L = \pi \cdot 16 = 50{,}24$ cm

025 **La longitud de una circunferencia es 49 cm. Calcula su radio.**

$$r = \frac{49}{2\pi} = 7{,}8 \text{ cm}$$

026 **¿Qué longitud de arco tiene un ángulo de 50° en una circunferencia de 7,8 cm de radio?**

$$L = 2\pi \cdot 7{,}8 = 49 \text{ cm}$$

$$\frac{50}{360} = \frac{x}{49} \rightarrow x = 6{,}8 \text{ cm}$$

La longitud del arco es 6,8 cm.

027 **En una circunferencia, a un ángulo de 30° le corresponde un arco de 2 cm. Determina el radio y la longitud de la circunferencia.**

$$\frac{30}{360} = \frac{2}{L} \rightarrow L = 24 \text{ cm}$$

$$r = \frac{24}{2\pi} = 3{,}82 \text{ cm}$$

028 **Determina el área de un círculo de radio 18 cm.**

$$A = \pi \cdot 18^2 = 1.017{,}36 \text{ cm}^2$$

029 **Halla el área de un círculo de diámetro 25 cm.**

$$A = \pi \cdot 12{,}5^2 = 490{,}625 \text{ cm}^2$$

030 **Obtén el área de la corona circular comprendida entre dos circunferencias de radio 100 mm y 7 cm.**

$$A = \pi \cdot (10^2 - 7^2) = 160{,}14 \text{ cm}^2$$

031 **Se ha dividido una tarta de 14 cm de radio en 4 partes iguales. Calcula el área de cada parte.**

$$A = \frac{\pi \cdot 14^2}{4} = 153{,}86 \text{ cm}^2$$

032 **Halla el área de un círculo inscrito en un cuadrado con diagonal de $\sqrt{50}$ cm.**

El diámetro del círculo coincide con el lado del cuadrado, que aplicando el teorema de Pitágoras es: $l = \sqrt{\dfrac{50}{2}} = 5$ cm.

Por tanto, el área es: $A = \pi \cdot 2{,}5^2 = 19{,}63$ cm^2.

033 **Calcula la suma de los ángulos interiores de un triángulo equilátero, un cuadrado y un pentágono regular.**

La suma de los ángulos interiores de un triángulo equilátero es 180°.
La suma de los ángulos interiores de un cuadrado es 360°.
La suma de los ángulos interiores de un pentágono regular es 540°.

034 **Halla, en un eneágono regular: la suma de sus ángulos interiores, un ángulo interior y la medida del ángulo central.**

La suma de los ángulos interiores es 1.260°.
La medida de un ángulo interior es 140°.
La medida del ángulo central es 40°.

035 **Calcula el valor del ángulo central y del ángulo interior de un dodecágono regular.**

La medida del ángulo central es 30°.
La medida de un ángulo interior es 150°.

036 **¿Por qué en un polígono irregular no se puede aplicar la fórmula para hallar el ángulo central?**

En un polígono irregular lo normal es que no tenga un centro.

037 **Halla el ángulo inscrito en una circunferencia que abarca un arco de:**

a) 40° **b) 104°** **c) 82°** **d) 148°**

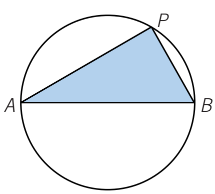
a) 20° b) 54° c) 41° d) 148°

038 **Calcula el ángulo interior de una circunferencia que abarca dos arcos de:**

a) 90° y 30° **b) 48° y 72°** **c) 60° y 120°** **d) 110° y 30°**

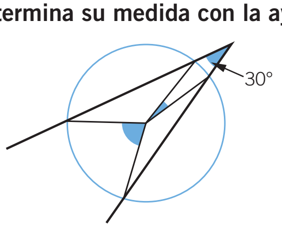
a) 60° b) 60° c) 90° d) 70°

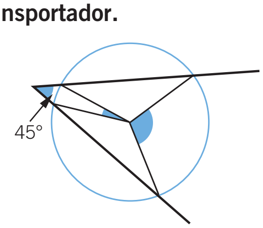
039 **Dibuja una circunferencia de 3 cm de radio y marca un diámetro *AB*. Señala un punto *P* de la circunferencia y calcula $\widehat{APB}$.**



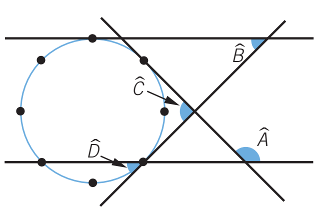
Se forma un ángulo inscrito que abarca un arco de 180°, por lo que el ángulo formado es de 90°.

040 **Traza una circunferencia de radio 3 cm y dibuja dos ángulos exteriores. Determina su medida con la ayuda del transportador.**





041 **Calcula los ángulos señalados.**



$$\widehat{A} = 180 - \frac{180-90}{2} = 135° \qquad \widehat{C} = \frac{270-90}{2} = 90°$$

$$\widehat{B} = \frac{225-135}{2} = 45° \qquad \widehat{D} = \frac{90}{2} = 45°$$

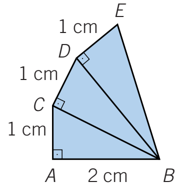
ACTIVIDADES

042 ● **Calcula la hipotenusa de los triángulos rectángulos con estos catetos.**

a) 10 cm y 8 cm
b) 7,2 cm y 11,6 cm
c) 4 cm y 9 cm
d) $\sqrt{5}$ cm y $\sqrt{8}$ cm

a) $h = 12{,}81$ cm
b) $h = 13{,}65$ cm
c) $h = 9{,}85$ cm
d) $h = \sqrt{13} = 3{,}61$ cm

043 ● **Halla la longitud de $\overline{BC}$, $\overline{BD}$ y $\overline{BE}$.**



$\overline{BC} = \sqrt{5}$ cm
$\overline{BD} = \sqrt{6}$ cm
$\overline{BE} = \sqrt{7}$ cm

044 ●● **Contesta a estas cuestiones y, en el caso de que sean ciertas, pon un ejemplo.**

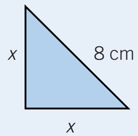
a) ¿Puede existir un triángulo rectángulo equilátero?
b) ¿Y un triángulo rectángulo isosceles?

a) No es posible, pues los triángulos equiláteros tienen los ángulos de 60°.
b) Sí es posible, por ejemplo un triángulo que tenga los catetos de 1 cm y la hipotenusa de $\sqrt{2}$ cm.

045 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA LA MEDIDA DE LOS CATETOS EN UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO ISÓSCELES?

Calcula la medida de los catetos de un triángulo rectángulo isósceles cuya hipotenusa mide 8 cm.



PRIMERO. Se aplica el teorema de Pitágoras, considerando que la medida de los catetos es la misma, x.

$$8^2 = x^2 + x^2 \rightarrow 8^2 = 2x^2$$

SEGUNDO. Se halla el valor de x.

$$8^2 = 2x^2 \rightarrow x^2 = \frac{8^2}{2} = 32 \rightarrow x = \sqrt{32} = 5{,}66 \text{ cm}$$

Los catetos miden 5,66 cm.

046 ● **Halla la medida de los catetos en un triángulo rectángulo isósceles cuya hipotenusa mide 9 cm.**

$$81 = c^2 + c^2 \rightarrow c = \sqrt{\frac{81}{2}} = 6{,}36 \text{ cm}$$

047 **Los lados del triángulo rectángulo $\widehat{ABC}$ son $\overline{AB} = 8$ cm y $\overline{AC} = 13$ cm. Calcula $\overline{BC}$ si:**

a) El ángulo recto está en el vértice *A*.

b) El ángulo recto está en el vértice *B*.

c) El ángulo recto está en el vértice *C*.

a) BC es la hipotenusa, $\overline{BC} = \sqrt{169 + 64} = 15{,}26$ cm.

b) BC es un cateto, $\overline{BC} = \sqrt{169 - 64} = 10{,}25$ cm.

c) BC es un cateto, $\overline{BC} = \sqrt{169 - 64} = 10{,}25$ cm.

048 **Determina si los triángulos son rectángulos. En caso afirmativo, indica la medida de su hipotenusa y de sus catetos.**

a) Triángulo de lados 5 cm, 12 cm y 13 cm.

b) Triángulo de lados 6 cm, 8 cm y 12 cm.

c) Triángulo de lados 5 cm, 6 cm y $\sqrt{61}$ cm.

d) Triángulo de lados 7 cm, 24 cm y 25 cm.

a) $13^2 = 12^2 + 5^2 \rightarrow$ Es un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 13 cm y los catetos miden 5 cm y 12 cm.

b) $12^2 \neq 8^2 + 6^2 \rightarrow$ No es un triángulo rectángulo.

c) $61 = 5^2 + 6^2 \rightarrow$ Es un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide $\sqrt{61}$ cm y los catetos miden 5 cm y 6 cm.

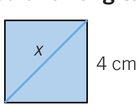
d) $25^2 = 24^2 + 7^2 \rightarrow$ Es un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 25 cm y los catetos miden 24 cm y 7 cm.

049 **Clasifica en acutángulos u obtusángulos los triángulos de lados:**

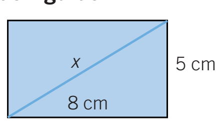
$\overline{AB}$	$\overline{BC}$	$\overline{CA}$	$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 < \overline{CA}^2$	Tipo
4	**8**	**6**	$64 > 16 + 36$	Obtusángulo
3	**8**	**7**	$64 > 9 + 49$	Obtusángulo
5	**10**	**8**	$100 > 25 + 64$	Obtusángulo
5	**10**	**9**	$100 < 25 + 81$	Acutángulo

050 **Calcula la longitud de *x* en estas figuras.**

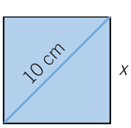
a)



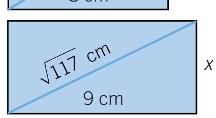
c)



b)



d)



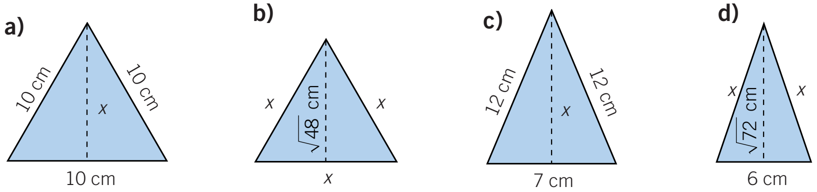
a) $x = \sqrt{2 \cdot 16} = 5{,}66$ cm

c) $x = \sqrt{25 + 64} = 9{,}43$ cm

b) $x = \sqrt{\dfrac{100}{2}} = 7{,}07$ cm

d) $x = \sqrt{117 - 81} = 6$ cm

051 Determina la longitud de *x* en estos triángulos.



a) $x = \sqrt{100 - 25} = 8{,}66$ cm

b) $x = \sqrt{\dfrac{4}{3} \cdot 48} = 8$ cm

c) $x = \sqrt{144 - 12{,}25} = 11{,}48$ cm

d) $x = \sqrt{72 + 9} = 9$ cm

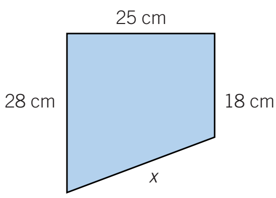
052 Halla la altura de un triángulo equilátero de perímetro 48 cm.

El lado del triángulo es 16 cm.

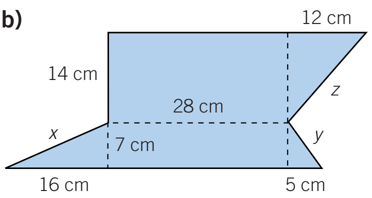
La altura mide: $h = \sqrt{\dfrac{3}{4} \cdot 256} = 13{,}86$ cm.

053 Calcula el perímetro de las siguientes figuras.

a)



b)



a) $x = \sqrt{(28 - 18)^2 + 25^2} = \sqrt{725} = 26{,}93$ cm

$P = 25 + 28 + 18 + 26{,}93 = 97{,}93$ cm

b) $x = \sqrt{256 + 49} = 17{,}46$ cm

$y = \sqrt{25 + 49} = 8{,}6$ cm

$z = \sqrt{144 + 196} = 18{,}44$ cm

$P = 16 + 28 + 5 + 8{,}6 + 18{,}44 + 12 + 28 + 14 + 17{,}46 = 147{,}5$ cm

054 Halla la apotema de un hexágono regular cuyo lado mide:

a) 10 cm **b) 16 cm** **c) 7 cm**

a) $a = \sqrt{100 - 25} = 8{,}66$ cm

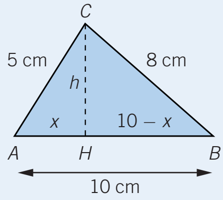
b) $a = \sqrt{256 - 64} = 13{,}86$ cm

c) $a = \sqrt{49 - 12{,}25} = 6{,}06$ cm

055 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA LA ALTURA DE UN TRIÁNGULO CUALQUIERA CONOCIENDO SUS LADOS?

Calcula la altura de un triángulo de lados 5 cm, 8 cm y 10 cm.



PRIMERO. Se dibuja el triángulo y se nombra cada uno de sus elementos.

La altura divide a la base del triángulo en dos partes:

AH, cuya longitud llamamos x.

HB, cuya longitud será $10 - x$.

SEGUNDO. Se aplica el teorema de Pitágoras en los dos triángulos rectángulos resultantes.

En $\widehat{AHC}$:

$5^2 = x^2 + h^2 \rightarrow h^2 = 5^2 - x^2$

En $\widehat{HBC}$:

$8^2 = (10 - x)^2 + h^2 \rightarrow h^2 = 8^2 - (10 - x)^2$

TERCERO. Se igualan ambas expresiones.

$$\left.\begin{aligned} h^2 &= 5^2 - x^2 \\ h^2 &= 8^2 - (10 - x)^2 \end{aligned}\right\} \rightarrow 5^2 - x^2 = 8^2 - (10 - x)^2$$

$$25 - x^2 = 64 - (100 + x^2 - 20x)$$
$$25 - x^2 = 64 - 100 - x^2 + 20x$$
$$20x = 61 \rightarrow x = 3{,}05 \text{ cm}$$

CUARTO. Se halla el valor de h.

$$h^2 = 5^2 - x^2 \rightarrow h = \sqrt{5^2 - 3{,}05^2} = 3{,}96 \text{ cm}$$

056 ●● **Calcula la altura de un triángulo con lados:**

a) $\overline{AB} = 4$ **cm,** $\overline{BC} = 7$ **cm y** $\overline{CA} = 9$ **cm**

b) $\overline{AB} = 6$ **cm,** $\overline{BC} = 10$ **cm y** $\overline{CA} = 14$ **cm**

c) $\overline{AB} = 5$ **cm,** $\overline{BC} = 11$ **cm y** $\overline{CA} = 15$ **cm**

Consideraremos la base como el lado mayor:

a) $$\left.\begin{aligned} h^2 &= 4^2 - x^2 \\ h^2 &= 7^2 - (9 - x)^2 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\rightarrow 4^2 - x^2 = 7^2 - (9 - x^2) \rightarrow \\ &\rightarrow 16 - 49 + 81 = 18x \rightarrow x = 2{,}67 \end{aligned}$$

$$h^2 = 4^2 - x^2 \xrightarrow{x = 2{,}67} h^2 = 16 - 7{,}11 \rightarrow h = 2{,}98 \text{ cm}$$

b) $$\left.\begin{aligned} h^2 &= 6^2 - x^2 \\ h^2 &= 10^2 - (14 - x)^2 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\rightarrow 6^2 - x^2 = 10^2 - (14 - x^2) \rightarrow \\ &\rightarrow 36 - 100 + 196 = 28x \rightarrow x = 4{,}71 \end{aligned}$$

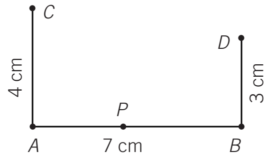
$$h^2 = 6^2 - x^2 \xrightarrow{x = 4{,}71} h^2 = 36 - 22{,}18 \rightarrow h = 3{,}71 \text{ cm}$$

c) $$\left.\begin{aligned} h^2 &= 5^2 - x^2 \\ h^2 &= 11^2 - (15 - x)^2 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\rightarrow 5^2 - x^2 = 11^2 - (15 - x^2) \rightarrow \\ &\rightarrow 25 - 121 + 225 = 30x \rightarrow x = 4{,}3 \end{aligned}$$

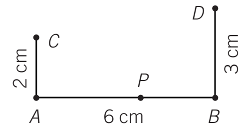
$$h^2 = 5^2 - x^2 \xrightarrow{x = 4{,}3} h^2 = 25 - 18{,}49 \rightarrow h = 2{,}55 \text{ cm}$$

057 **Halla la distancia del punto *P* al punto *A*, para que se verifique que $\overline{CP} = \overline{DP}$.**

a)



b)



a) $\left.\begin{aligned}\overline{CP}^2 &= 16 + \overline{AP}^2\\ \overline{CP}^2 &= 9 + (7 - \overline{AP})^2\end{aligned}\right\} \begin{aligned}&\rightarrow 16 + \overline{AP}^2 = 9 + (7 - \overline{AP})^2 \rightarrow\\ &\rightarrow 14\overline{AP} = 42 \rightarrow \overline{AP} = 3 \text{ cm}\end{aligned}$

b) $\left.\begin{aligned}\overline{CP}^2 &= 4 + \overline{AP}^2\\ \overline{CP}^2 &= 9 + (6 - \overline{AP})^2\end{aligned}\right\} \begin{aligned}&\rightarrow 4 + \overline{AP}^2 = 9 + (6 - \overline{AP})^2 \rightarrow\\ &\rightarrow 12\overline{AP} = 41 \rightarrow \overline{AP} = 3{,}42 \text{ cm}\end{aligned}$

058 **Calcula el área de un rectángulo cuya base mide 10 cm y la diagonal $\sqrt{116}$ cm.**

La altura del rectángulo es: $h = \sqrt{116 - 100} = 4$ cm.
El área es: $A = 10 \cdot 4 = 40$ cm^2.

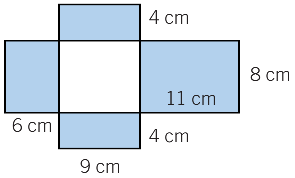
059 **Determina el área de un rectángulo de base 7 cm y perímetro 24 cm.**

La altura mide: $h = \dfrac{24 - 14}{2} = 5$ cm. El área es: $A = 7 \cdot 5 = 35$ cm^2.

060 **Halla el área de un cuadrado cuyo perímetro mide 22,4 cm.**

El lado del cuadrado mide: $l = \dfrac{22{,}4}{4} = 5{,}6$ cm. El área es 31,36 cm^2.

061 **Calcula el área de la zona coloreada.**

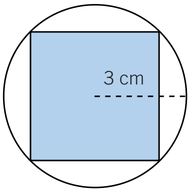


$$A = 6 \cdot 8 + 9 \cdot 4 + 11 \cdot 8 + 9 \cdot 4 = \\ = 48 + 36 + 88 + 36 = 208 \text{ cm}^2$$

062 **Obtén el lado de un cuadrado sabiendo que su área es 84,64 cm^2.**

$l = \sqrt{84{,}64} = 9{,}2$ cm

063 **Determina el área de un cuadrado inscrito en una circunferencia de radio 3 cm.**



La diagonal del cuadrado coincide con el diámetro, por lo que mide 6 cm.

El lado es: $l = \sqrt{\dfrac{36}{2}} = 4{,}24$ cm.

El área mide 18 cm^2.

064 Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, siendo *a* el lado de un cuadrado. Razona la respuesta.

a) La diagonal mide $\sqrt{2}a^2$.
b) El perímetro es $4a^2$.
c) El área es a^4.
d) El cuadrado de su diagonal es $2a^2$.

a) Falsa, la diagonal es $d = \sqrt{2a^2}$.
b) Falsa, el perímetro es $P = 4a$.
c) Falsa, el área es $A = a^2$.
d) Verdadera.

065 Halla la medida de la diagonal de un cuadrado cuya área es 12,25 cm².

$$A = 12{,}25 \text{ cm}^2 \rightarrow a = 3{,}5 \text{ cm} \rightarrow d = \sqrt{2 \cdot 12{,}25} = 4{,}95 \text{ cm}$$

066 Encuentra un rectángulo que tenga igual área que un cuadrado de lado 4 cm. Razona cuántos rectángulos cumplen esa condición.

La condición la cumplen todos los rectángulos en los que el producto de sus lados sea 16, es decir, $a \cdot b = 16$, por lo que las soluciones son infinitas, por ejemplo $a = 2$ cm, $b = 8$ cm.

067 Halla el área de un rombo cuyas diagonales miden:

a) 4 cm y 12 cm
b) 3 cm y 9 cm

a) $A = \dfrac{4 \cdot 12}{2} = 24 \text{ cm}^2$

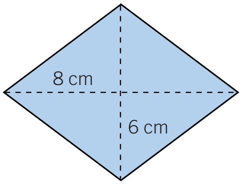
b) $A = \dfrac{3 \cdot 9}{2} = 13{,}5 \text{ cm}^2$

068 Calcula la medida de una de las diagonales de un rombo de área 30,1 cm², sabiendo que la otra diagonal mide 7 cm.

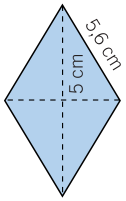
$$A = \frac{D \cdot d}{2} \rightarrow D = \frac{2 \cdot A}{d} \rightarrow D = \frac{60{,}2}{7} = 8{,}6 \text{ cm}$$

069 Halla el perímetro y el área de estos rombos.

a)



b)



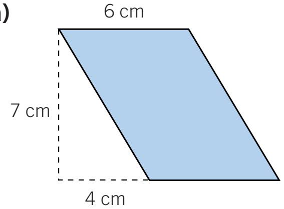
a) $l = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ cm}$ $\quad A = \dfrac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$ $\quad P = 5 \cdot 4 = 20 \text{ cm}$

b) $D = 10 \text{ cm}$ $\quad d = 2 \cdot \sqrt{5{,}6^2 - 5^2} = 5{,}04 \text{ cm}$

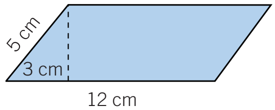
$A = \dfrac{10 \cdot 5{,}04}{2} = 25{,}2 \text{ cm}^2$ $\quad P = 5{,}6 \cdot 4 = 22{,}4 \text{ cm}$

070 ●● **Calcula el área y el perímetro de estas figuras.**

a)



b)



a) $l = \sqrt{7^2 + 4^2} = 8{,}06$ cm

$A = 7 \cdot 6 = 42$ cm^2

$P = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 8{,}06 = 28{,}12$ cm

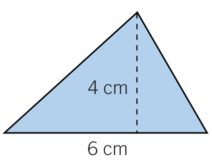
b) $h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ cm

$A = 12 \cdot 4 = 48$ cm^2

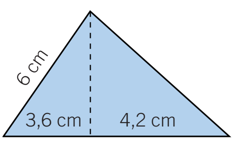
$P = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 12 = 70$ cm

071 ● **Halla el área de los siguientes triángulos.**

a)



b)



a) $A = \dfrac{6 \cdot 4}{2} = 12$ cm^2

b) $h = \sqrt{6^2 - 3{,}6^2} = 4{,}8$ cm

$A = \dfrac{4{,}8 \cdot (3{,}6 + 4{,}2)}{2} = 18{,}72$ cm^2

072 ● **Determina el área de un triángulo equilátero cuyo perímetro mide:**

a) 36 cm **b) 6 dm** **c) 0,153 m**

a) $l = 12$ cm $\quad h = \sqrt{\dfrac{3}{4}l^2} = 10{,}39$ cm $\quad A = \dfrac{12 \cdot 10{,}39}{2} = 62{,}34$ cm^2

b) $l = 2$ dm $\quad h = \sqrt{\dfrac{3}{4}l^2} = 1{,}73$ dm $\quad A = \dfrac{2 \cdot 1{,}73}{2} = 1{,}73$ dm^2

c) $l = 51$ cm $\quad h = \sqrt{\dfrac{3}{4}l^2} = 44{,}17$ cm $\quad A = \dfrac{51 \cdot 44{,}17}{2} = 1.126{,}33$ cm^2

073 Halla el área de un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 7 cm y su lado desigual 9 cm.

$$h = \sqrt{7^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = 5{,}36 \text{ cm}$$

$$A = \frac{9 \cdot 5{,}36}{2} = 24{,}12 \text{ cm}^2$$

074 Obtén el área de un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 10 cm y su lado desigual mide cuatro unidades más que los lados iguales.

$$h = \sqrt{10^2 - \left(\frac{14}{2}\right)^2} = 7{,}14 \text{ cm}$$

$$A = \frac{14 \cdot 7{,}14}{2} = 50 \text{ cm}^2$$

075 Calcula la altura y la base de un triángulo rectángulo isósceles, si su área mide:

a) 200 cm^2

b) $120{,}125 \text{ m}^2$

c) 450 dm^2

d) $317{,}52 \text{ mm}^2$

Consideramos un cateto como base y el otro cateto como altura:

a) $200 = \frac{c \cdot c}{2} \rightarrow c = 20 \text{ cm}$

Hipotenusa $= \sqrt{400 + 400} = \sqrt{800} = 28{,}28$ cm

Altura $= \sqrt{400 - 200} = \sqrt{200} = 14{,}14$ cm

b) $120{,}125 = \frac{c \cdot c}{2} \rightarrow c = 15{,}5 \text{ m}$

Hipotenusa $= \sqrt{240{,}25 + 240{,}25} = \sqrt{480{,}5} = 21{,}92$ m

Altura $= \sqrt{240{,}25 - 120{,}125} = \sqrt{120{,}125} = 10{,}96$ m

c) $450 = \frac{c \cdot c}{2} \rightarrow c = 30 \text{ dm}$

Hipotenusa $= \sqrt{900 + 900} = \sqrt{1.800} = 42{,}42$ dm

Altura $= \sqrt{900 - 450} = \sqrt{450} = 21{,}21$ dm

d) $317{,}52 = \frac{c \cdot c}{2} \rightarrow c = 25{,}2 \text{ mm}$

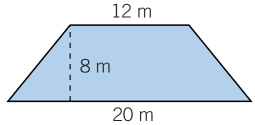
Hipotenusa $= \sqrt{635{,}04 + 635{,}04} = \sqrt{1.270{,}08} = 35{,}64$ mm

Altura $= \sqrt{635{,}04 - 317{,}52} = \sqrt{317{,}52} = 17{,}82$ mm

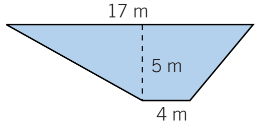
076 ●●

Halla el área de los siguientes trapecios.

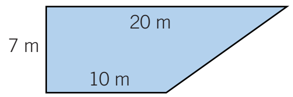
a)



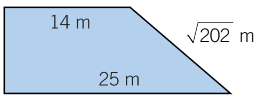
d)



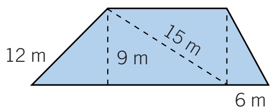
b)



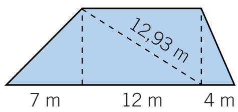
e)



c)



f)



a) $A = \dfrac{20 + 12}{2} \cdot 8 = 128 \text{ m}^2$

b) $A = \dfrac{20 + 10}{2} \cdot 7 = 105 \text{ m}^2$

c) $b = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12 \text{ m}$

$B = 6 + 12 + \sqrt{12^2 - 9^2} = 25{,}94 \text{ m}$

$A = \dfrac{12 + 25{,}94}{2} \cdot 9 = 170{,}73 \text{ m}^2$

d) $A = \dfrac{17 + 4}{2} \cdot 5 = 52{,}5 \text{ m}^2$

e) $h = \sqrt{202 - 121} = 9 \text{ m}$

$A = \dfrac{14 + 25}{2} \cdot 9 = 175{,}5 \text{ m}^2$

f) $h = \sqrt{12{,}93^2 - 12^2} = 4{,}81 \text{ m}$

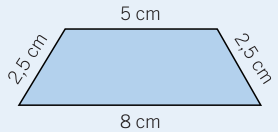
$A = \dfrac{23 + 12}{2} \cdot 4{,}81 = 84{,}17 \text{ m}^2$

077

HAZLO ASÍ

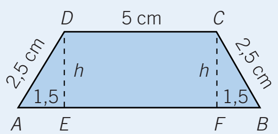
¿CÓMO SE CALCULA EL ÁREA DE UN TRAPECIO ISÓSCELES SI SE DESCONOCE LA ALTURA?

Calcula el área de este trapecio isósceles.



PRIMERO. Se calcula la base del triángulo rectángulo que determina la altura.

Por ser el trapecio isósceles, las alturas determinan dos triángulos rectángulos iguales cuyas bases miden la mitad de la diferencia de las bases del trapecio.



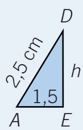
$$\overline{AE} = \overline{FB} = \frac{\overline{AB} - \overline{CD}}{2} = \frac{8 - 5}{2} = 1{,}5 \text{ cm}$$

SEGUNDO. Se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo que determina la altura.

$$1{,}5^2 + h^2 = 2{,}5^2$$

$$h^2 = 2{,}5^2 - 1{,}5^2 = 6{,}25 - 2{,}25 = 4$$

$$h = \sqrt{4} = 2 \text{ cm}$$

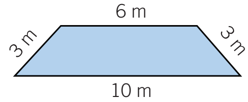


TERCERO. Se calcula el área del trapecio.

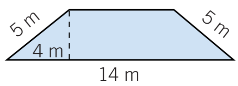
$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(8 + 5) \cdot 2}{2} = 13 \text{ cm}^2$$

078 **Halla el área de estos trapecios isósceles.**

a)



b)



a) $h = \sqrt{3^2 - 2^2} = 2{,}24$ m

$$A = \frac{10 + 6}{2} \cdot 2{,}24 = 17{,}89 \text{ m}^2$$

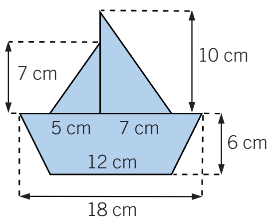
b) $d = 14 - 4 - 4 = 6$ m

$h = \sqrt{25 - 16} = 3$ m

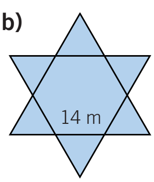
$$A = \frac{14 + 6}{2} \cdot 3 = 30 \text{ m}^2$$

079 **Calcula el área de las siguientes figuras.**

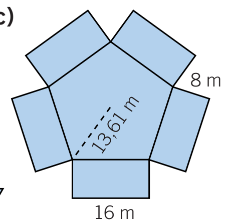
a)



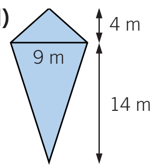
b)



c)



d)



a) $A = A_1 + A_2 + A_3 = \dfrac{5 \cdot 7}{2} + \dfrac{7 \cdot 10}{2} + \dfrac{18 + 12}{2} \cdot 6 =$

$= 17{,}5 + 35 + 84 = 126{,}5 \text{ cm}^2$

b) $\text{Apotema} = \sqrt{\dfrac{3}{4} \cdot 14^2} = 12{,}12$ cm

$$A_h = \frac{12{,}12 \cdot 84}{2} = 509{,}04 \text{ cm}^2$$

$$A_t = \frac{12{,}12 \cdot 12}{2} = 84{,}84 \text{ cm}^2$$

$A = A_h + 6 \cdot A_t = 509{,}04 + 509{,}04 = 1.018{,}08 \text{ cm}^2$

c) $\text{Apotema} = \sqrt{13{,}61^2 - 8^2} = 11{,}01$ cm

$$A_p = \frac{11{,}01 \cdot 80}{2} = 440{,}4 \text{ cm}^2$$

$A_r = 16 \cdot 8 = 128 \text{ cm}^2$

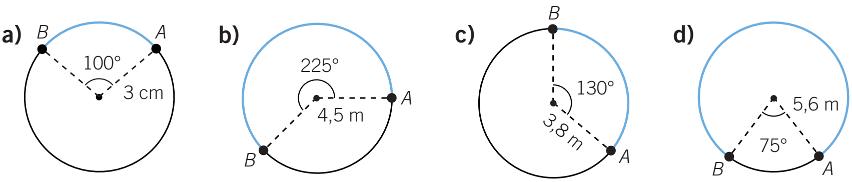
$A = A_p + 5 \cdot A_r = 440{,}4 + 640 = 1.080{,}4 \text{ cm}^2$

d) $A = \dfrac{(14 + 4) \cdot 9}{2} = 81 \text{ cm}^2$

080 Completa la siguiente tabla con los datos que faltan.

Radio	Diámetro	Longitud de la circunferencia
2 cm	4 cm	12,57 cm
3,5 cm	**7 cm**	21,99 cm
4,7 cm	9,4 cm	**29,516 cm**
5 cm	**10 cm**	31,41 cm
6,3 cm	12,6 cm	39,58 cm
7,8 cm	15,6 cm	**48,984 cm**

081 Calcula la longitud del arco marcado en rojo.



a) $L = \dfrac{2\pi \cdot 3 \cdot 100}{360} = 5{,}23$ cm

b) $L = \dfrac{2\pi \cdot 4{,}5 \cdot 225}{360} = 17{,}66$ cm

c) $L = \dfrac{2\pi \cdot 3{,}8 \cdot 130}{360} = 8{,}62$ cm

d) $L = \dfrac{2\pi \cdot 5{,}6 \cdot 75}{360} = 7{,}33$ cm

082 ¿Cuál es el diámetro de una circunferencia de longitud 50,24 cm?

$$d = \frac{50{,}24}{\pi} = 16 \text{ cm}$$

083 Halla el diámetro de una circunferencia, sabiendo que la longitud de un arco de 50° es 5,23 cm.

$$5{,}23 = \frac{d \cdot \pi \cdot 50}{360} \rightarrow d = 12 \text{ cm}$$

084 ¿Cuál es la longitud de una circunferencia cuya longitud de un arco de 110° es 57,57 cm?

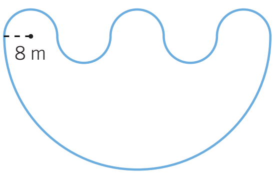
$$L = \frac{57{,}57 \cdot 360}{110} = 188{,}41 \text{ cm}$$

085 Completa la tabla.

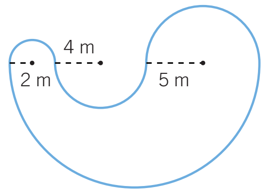
Longitud de arco de 60°	Longitud de arco de 85°	Longitud de arco de 190°	Longitud de la circunferencia
9,42 cm	13,34 cm	29,83 cm	56,52 cm
12,13 cm	**17,79 cm**	38,42 cm	72,8 cm
4,18 cm	5,93 cm	**13,26 cm**	25,12 cm

086 Determina el perímetro de estas figuras.

a)



b)



a) $r = 8$ m $\quad R = 8 \cdot 5 = 40$ m $\quad L = 40\pi + 5 \cdot 8\pi = 251{,}2$ m

b) $R = \dfrac{4+8+10}{2} = 11$ m $\quad L = 11\pi + 2\pi + 4\pi + 5\pi = 69{,}08$ m

087 Calcula el área de un círculo con:

a) Radio de 6 cm. **b)** Diámetro de 6 cm. **c)** Radio de 7,2 cm.

a) $A = 36\pi = 113{,}04$ cm^2

b) $A = 9\pi = 28{,}26$ cm^2

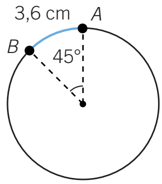
c) $A = 51{,}84\pi = 162{,}78$ cm^2

088 Halla el área de un círculo delimitado por una circunferencia de 321,4 cm.

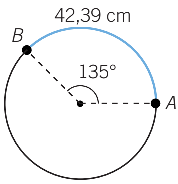
$r = \dfrac{321{,}4}{2\pi} = 51{,}18$ cm $\quad A = \pi \cdot 51{,}18^2 = 8.224{,}35$ cm^2

089 Calcula el área de los círculos con estas longitudes de arco.

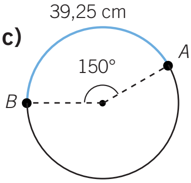
a)



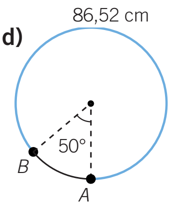
b)



c)



d)



a) $3{,}6 = \dfrac{2\pi r \cdot 45}{360} \rightarrow r = 4{,}58$ cm

$A = \pi \cdot 21 = 65{,}94$ cm^2

b) $42{,}39 = \dfrac{2\pi r \cdot 135}{360} \rightarrow r = 18$ cm

$A = \pi \cdot 324 = 1.017{,}36$ cm^2

c) $39{,}25 = \dfrac{2\pi r \cdot 150}{360} \rightarrow r = 15$ cm

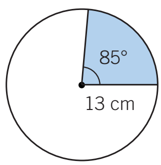
$A = \pi \cdot 225 = 706{,}5$ cm^2

d) $86{,}52 = \dfrac{2\pi r \cdot 310}{360} \rightarrow r = 16$ cm

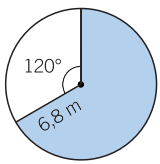
$A = \pi \cdot 256 = 803{,}84$ cm^2

090 Halla el área de estos sectores circulares.

a)



b)

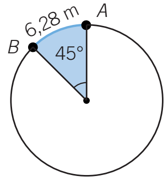


a) $A = \dfrac{\pi \cdot 13^2 \cdot 85}{360} = 125{,}29\ \text{cm}^2$

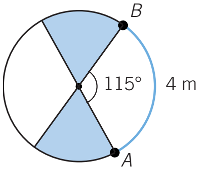
b) $A = \dfrac{\pi \cdot 6{,}8^2 \cdot 240}{360} = 96{,}8\ \text{m}^2$

091 Determina el área de los sectores coloreados.

a)



b)



a) $6{,}28 = \dfrac{2\pi r \cdot 45}{360} \rightarrow r = 8\ \text{m}$

$A = \dfrac{\pi \cdot 64 \cdot 45}{360} = 25{,}12\ \text{m}^2$

b) $4 = \dfrac{2\pi r \cdot 115}{360} \rightarrow r = 2\ \text{m}$

$A = \dfrac{\pi \cdot 4 \cdot 130}{360} = 4{,}54\ \text{m}^2$

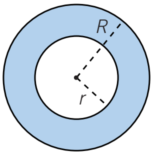
092 Halla el área de la zona sombreada si:

a) $R = 10$ **m y** $r = 6$ **m**

b) $R = 12{,}6$ **cm y** $r = 5$ **cm**

c) $R = 3r$ **y** $r = 2{,}4$ **cm**

d) $R + r = 31$ **m y** $R - r = 5$ **m**



a) $A = \pi \cdot (100 - 36) = 200{,}96\ \text{m}^2$

b) $A = \pi \cdot (158{,}76 - 25) = 420\ \text{cm}^2$

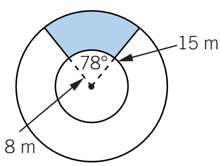
c) $A = \pi \cdot (51{,}84 - 5{,}76) = 164{,}69\ \text{cm}^2$

d) $\left.\begin{array}{l} R + r = 31\ \text{m} \\ R - r = 5\ \text{m} \end{array}\right\} \rightarrow R = 18\ \text{m} \rightarrow r = 13\ \text{m}$

$A = \pi \cdot (324 - 169) = 486{,}7\ \text{m}^2$

093 Calcula el área coloreada de estas figuras.

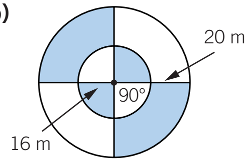
a)



$A_{\text{Corona}} = \pi \cdot (225 - 64) = 504{,}54\ \text{m}^2$

$A_{\text{Sector}} = \dfrac{505{,}54 \cdot 78}{360} = 109{,}53\ \text{m}^2$

b)

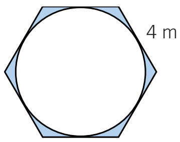


El área coloreada es la mitad de la corona exterior más la mitad del círculo interior, por lo que es en total la mitad del círculo mayor.

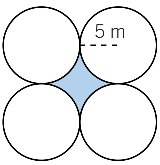
$$A = \frac{\pi \cdot 36^2}{2} = 2.034{,}72 \text{ m}^2$$

094 Obtén el área de la zona coloreada.

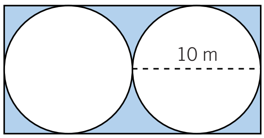
a)



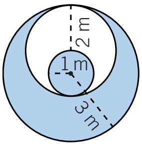
c)



b)



d)



a) $a = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3{,}46 \text{ m}$

$$A_{\text{Hexágono}} = \frac{24 \cdot 3{,}46}{2} = 41{,}52 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Círculo}} = \pi \cdot 3{,}46^2 = 37{,}59 \text{ m}^2$$

$$A = A_{\text{Hexágono}} - A_{\text{Círculo}} = 41{,}52 - 37{,}59 = 3{,}93 \text{ m}^2$$

b) $A = A_{\text{Rectángulo}} - 2 \cdot A_{\text{Círculo}} = 20 \cdot 10 - 2\pi \cdot 5^2 = 400 - 157 = 243 \text{ m}^2$

c) $A = A_{\text{Cuadrado}} - 4 \cdot \dfrac{A_{\text{Círculo}}}{4} = 10^2 - \pi \cdot 5^2 = 100 - 78{,}5 = 21{,}5 \text{ m}^2$

d) $A = A_3 - A_2 + A_1 = \pi \cdot 9 - \pi \cdot 4 + \pi \cdot 1 = 18{,}84 \text{ m}^2$

095 Considerando que los polígonos son regulares, completa la tabla.

N.º de lados	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**…**
Suma de ángulos	180°	**360°**	540°	720°	900°	…
Ángulo interior	60°	$\mathbf{\dfrac{360°}{4} = 90°}$	118°	120°	128,6°	…

a) ¿Cuál es el polígono con menor ángulo?

b) ¿Y el que tiene el mayor ángulo?

a) El polígono con menor ángulo es el triángulo.

b) El polígono con mayor ángulo es el que tiene mayor número de lados, y cuando estos son infinitos, es la circunferencia.

096 **Calcula la suma de los ángulos de un polígono de 3, 4, 5 y 6 lados.**

a) ¿Qué diferencia hay entre la suma de cada polígono y la del polígono con un lado menos?

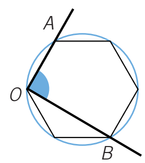
b) Si la suma de los ángulos de un polígono de 15 lados es 2.340°, ¿cuál será la suma de uno de 16 lados?

a) La diferencia es siempre 180°.

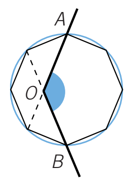
b) La suma es: $2.340° + 180° = 2.520°$.

097 **Calcula el valor de los ángulos marcados.**

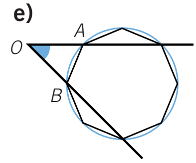
a)



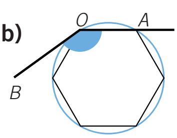
c)



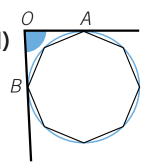
e)



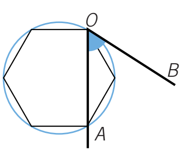
b)



d)



f)



a) Inscrito: $180° : 2 = 90°$.

b) Semiinscrito: $300° : 2 = 150°$.

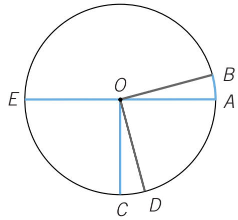
c) Interior: $(180° + 90°) : 2 = 135°$.

d) Circunscrito: $(270° - 90°) : 2 = 90°$.

e) Exterior: $(135° - 45°) : 2 = 45°$.

f) Semiinscrito: $120° : 2 = 60°$.

098 **Si el arco $\overset{\frown}{AB} = 15°\ 20'$, calcula el valor de los arcos $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CD}$, $\overset{\frown}{AD}$ y $\overset{\frown}{BE}$.**



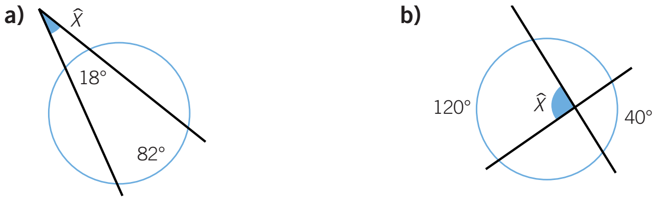
$\overset{\frown}{BC} = 90° - 15°\ 20' = 74°\ 40'$

$\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AB} = 15°\ 20'$

$\overset{\frown}{AD} = 90° + 15°\ 20' = 105°\ 20'$

$\overset{\frown}{BE} = 180° + 15°\ 20' = 195°\ 20'$

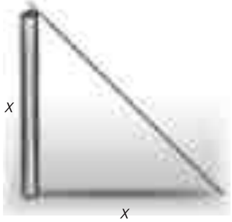
099 Calcula el valor del ángulo $\hat{X}$.



a) Exterior: $(82° - 18°) : 2 = 32°$.

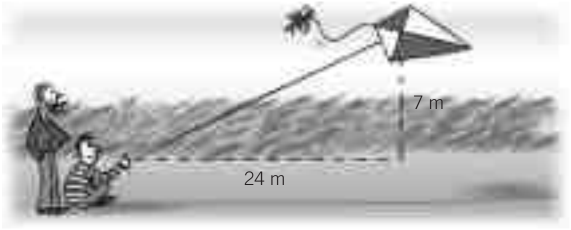
b) Interior: $(120° + 40°) : 2 = 80°$.

100 **La sombra que produce una varilla vertical en un instante es igual a su longitud. ¿Qué triángulo determinan la varilla y su sombra? ¿Cuál es la inclinación de los rayos solares?**



La varilla y su sombra determinan un triángulo rectángulo e isósceles. Los rayos del sol tienen una inclinación de 45°.

101 **Calcula la longitud del cable de la cometa.**



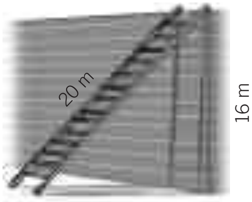
$l = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$ m

102 **¿Cuál es la longitud máxima que Juan puede nadar en una piscina que mide 17 m de largo y 10 m de ancho, si solo puede hacerlo en línea recta?**

La longitud máxima es la diagonal: $d = \sqrt{17^2 + 10^2} = 19{,}72$ m.

Figuras planas. Áreas

103 **Sobre una pared vertical de 16 m de altura se coloca inclinada una escalera de 20 m de longitud. ¿A qué distancia de la pared se encuentra la base de la escalera?**

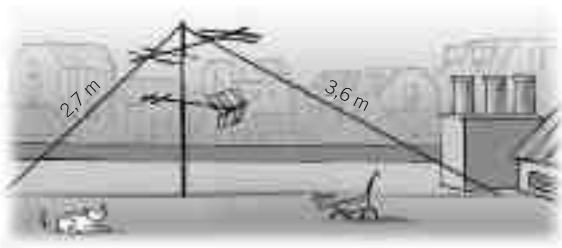


$$d = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12 \text{ m}$$

104 **Una escalera mide 2,5 m de longitud, y, al apoyarse en la pared, su base dista de ella 0,7 m. ¿A qué altura de la pared llega la escalera?**

$$h = \sqrt{2{,}5^2 - 0{,}7^2} = 2{,}4 \text{ m}$$

105 **Una antena está sujeta al suelo por dos cables que forman un ángulo recto de longitudes 2,7 m y 3,6 m. ¿Cuál es la distancia que separa los dos puntos de unión de los cables con el suelo?**



La distancia es la hipotenusa del triángulo que forman los cables:

$$d = \sqrt{2{,}7^2 + 3{,}6^2} = 4{,}5 \text{ m}$$

106 **Ana tiene un jardín rectangular, de 500 m de largo y 300 m de ancho, y quiere hacer una piscina de forma circular de 100 m de radio. ¿Cuánto terreno le queda para plantar césped?**

El terreno para plantar césped es el área de la parcela menos el área de la piscina:

$$A = 500 \cdot 300 - \pi \cdot 100^2 = 150.000 - 31.400 = 118.600 \text{ m}^2$$

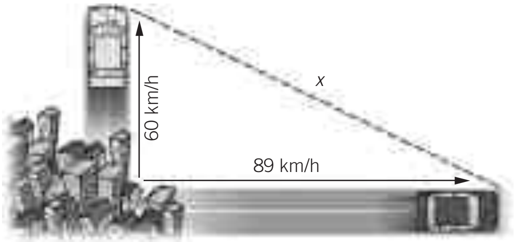
107 **La rueda de un camión mide 90 cm de radio. ¿Cuánto avanza el camión cuando la rueda ha dado 1.000 vueltas? ¿Y cuántas vueltas dará para recorrer 2 km?**

La longitud de la rueda es: $L = 2\pi \cdot 90 = 565{,}2$ cm.

En 1.000 vueltas, el camión avanzará: $1.000 \cdot 565{,}2 = 565.200$ m.

Para recorrer 2.000 m, la rueda dará: $\dfrac{2.000}{565{,}2} = 5{,}53$ vueltas.

108 **Dos coches parten de una ciudad a la vez y en direcciones perpendiculares. El primero lleva una velocidad de 60 km/h y el segundo de 89 km/h. ¿Qué distancia les separa al cabo de 1 hora y cuarto?**



La distancia es la hipotenusa del triángulo que forman las carreteras.

Así, la distancia recorrida por el primer coche es 75 km y la del segundo es 111,25 km.

La distancia que los separa es: $x = \sqrt{75^2 + 111{,}25^2} = 134{,}17$ km.

109 **Dos aviones despegan de un aeropuerto al mismo tiempo y con direcciones perpendiculares. El primero lleva una velocidad de 600 km/h y el segundo de 800 km/h.**

a) ¿Qué distancia les separa al cabo de 2 horas?

b) Si el alcance de su radio es de 500 km, ¿podrán ponerse en contacto al cabo de media hora?

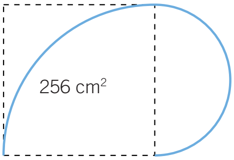
a) Al cabo de 2 horas, el primer avión ha recorrido 1.200 km, y el segundo, 1.600 km, por lo que la distancia que los separa es:

$d = \sqrt{1.200^2 + 1.600^2} = 2.000$ km

b) Al cabo de media hora, el primer avión ha recorrido 300 km, y el segundo, 400 km, por lo que la distancia que los separa es:

$d = \sqrt{900 + 1.600} = 500$ km y están en el límite del alcance de la radio.

110 **Uno de los adornos de metal de una reja tiene esta forma. Calcula la longitud del adorno sabiendo que el área del cuadrado es 256 cm².**



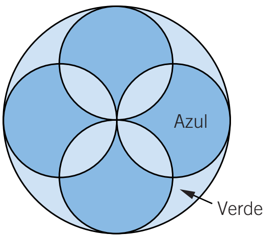
El lado del cuadrado es: $l = \sqrt{256} = 16$ cm.

La longitud de la primera porción de reja es: $L_1 = \dfrac{2\pi \cdot 16}{4} = 25{,}12$ cm.

La longitud de la segunda porción es: $L_2 = \dfrac{2\pi \cdot 8}{2} = 25{,}12$ cm.

La longitud de la reja es: $2 \cdot 25{,}12 = 50{,}24$ cm.

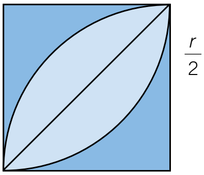
111 **Sabiendo que se han empleado 400 cm² de cristal verde, ¿cuántos cm² de cristal azul son necesarios para realizar esta vidriera?**



Área del círculo mayor: $\pi \cdot r^2$

Área de los círculos menores: $\pi \cdot \left(\dfrac{r}{2}\right)^2 = \dfrac{\pi \cdot r^2}{4}$

Área de los pétalos:



$$A_{\text{Pétalo}} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2}{4} - \frac{\frac{r}{2} \cdot \frac{r}{2}}{2} = \frac{\pi \cdot r^2}{8} - \frac{r^2}{8} = \frac{(\pi - 1) \cdot r^2}{8}$$

$$A_{\text{Verde}} = A_{\text{Círculo}} - 4 \cdot A_{\text{Menores}} + 4 \cdot A_{\text{Pétalo}}$$

$$400 = \pi \cdot r^2 - 4 \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{4} + 4 \cdot \frac{(\pi - 1) \cdot r^2}{8} = \frac{(\pi - 1) \cdot r^2}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow r = \sqrt{\frac{800}{\pi - 1}} = 19{,}33 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Azul}} = \pi \cdot r^2 - 400 = 773{,}83 \text{ cm}^2$$

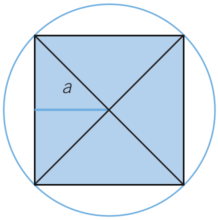
112 **Si dos polígonos tienen igual área, ¿pueden tener perímetros diferentes?**

Sí pueden tener perímetros diferentes, ya que no existe una correspondencia entre perímetro y área, salvo si son polígonos semejantes.

113 **La fórmula para hallar el área de un polígono regular es: $A = \dfrac{\textbf{Perímetro} \cdot \textbf{Apotema}}{2}$.**

Comprueba que, aplicando esta fórmula al triángulo equilátero y al cuadrado, obtenemos las fórmulas del área de un triángulo: $A = \dfrac{b \cdot h}{2}$ y de un cuadrado: $A = l^2$.

Cuadrado:

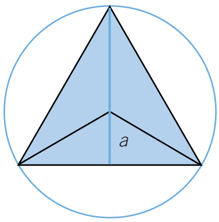


$$a = \frac{l}{2}$$

$$\text{Perímetro} = 4l$$

$$A = \frac{4l \cdot \frac{l}{2}}{2} = l^2$$

Triángulo equilátero:



Por ser un triángulo equilátero, la apotema es la mitad del radio:

$$a = \frac{r}{2}$$

$$\text{Altura} = r + a = \frac{3r}{2}$$

$$A = \frac{3 \cdot b \cdot \frac{r}{2}}{2} = \frac{l \cdot \frac{3r}{2}}{2} = \frac{b \cdot \text{altura}}{2}$$

114 **Sabiendo que *a*, *b* y *c* son los lados de un triángulo rectángulo, comprueba si son rectángulos los triángulos de lados:**

a) $2a$, $2b$ y $2c$

b) $a + 5$, $b + 5$ y $c + 5$

c) $\frac{a}{3}$, $\frac{b}{3}$ y $\frac{c}{3}$

d) $2a$, $3b$ y $4c$

¿Puedes extraer una regla general?

Dado un triángulo rectángulo de lados *a*, *b* y *c*, ¿cómo podrías obtener otros triángulos rectángulos?

Consideramos que $a^2 = b^2 + c^2$:

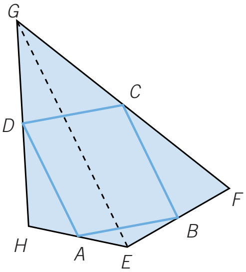
a) $(2b)^2 + (2c)^2 = 4 \cdot (b^2 + c^2) = 4 \cdot a^2 = (2a)^2 \rightarrow$ Es rectángulo.

b) $(b + 5)^2 + (c + 5)^2 = b^2 + 10b + 25 + c^2 + 10c + 25 = b^2 + c^2 + 10b + 10c + 50 = a^2 + 10a + 50 \neq (a + 5)^2 \rightarrow$ No es equilátero.

c) $\left(\frac{b}{3}\right)^2 + \left(\frac{c}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \cdot (b^2 + c^2) = \frac{1}{9} \cdot a^2 = \left(\frac{1}{3} \cdot a\right)^2 \rightarrow$ Es rectángulo.

d) $(3b)^2 + (4c)^2 = 9 \cdot (b^2 + c^2) + 7c^2 = 9 \cdot a^2 + 7c^2 = (3a)^2 + 7c^2 \neq (2a)^2 \rightarrow$
$\rightarrow$ No es equilátero.

115 **En un cuadrilátero cualquiera, señala los puntos medios de sus lados y únelos de dos en dos. ¿Qué figura se forma? Investiga si se cumple siempre.**



Consideramos el cuadrilátero y sus diagonales:

El triángulo $\widehat{EFG}$ está en posición de Tales con $\widehat{BFC}$, por lo que CB es paralelo a EG.

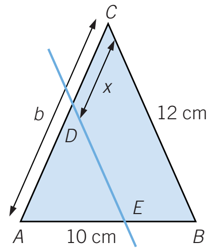
El triángulo $\widehat{HEG}$ está en posición de Tales con $\widehat{HAD}$, por lo que AD es paralelo a EG.

Tenemos que AD es paralelo a CB y AB es paralelo a CD.

Por tanto, siempre se forma un paralelogramo.

116 ●●●

La recta *DE* es paralela al lado *BC*.



a) Halla lo que miden los segmentos *BE* y *DE* en función de *b* y *x*.

b) Determina *b* y *x* para que $\overline{DE} = \overline{BE} + \overline{CD}$ **y** $\dfrac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = \dfrac{5}{11}$.

a) Los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{AED}$ son semejantes.

$$\frac{\overline{BE}}{x} = \frac{10}{b} \rightarrow \overline{BE} = \frac{10x}{b}$$

$$\frac{12}{\overline{DE}} = \frac{b}{b-x} \rightarrow \overline{DE} = \frac{12 \cdot (b-x)}{b}$$

b) La primera igualdad significa que:

$$\overline{DE} = \overline{BE} + \overline{CD} \rightarrow \frac{12 \cdot (b-x)}{b} = \frac{10x}{b} + x$$

y la segunda:

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = \frac{5}{11} \rightarrow \frac{x}{b} = \frac{5}{11}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones que resulta:

$$\left.\begin{array}{r} \dfrac{12 \cdot (b-x)}{b} = \dfrac{10x}{b} + x \\[2ex] \dfrac{x}{b} = \dfrac{5}{11} \end{array}\right\} \rightarrow x = \frac{5b}{11}$$

$$\frac{12 \cdot (b-x)}{b} = \frac{10x}{b} + x \xrightarrow{x = \frac{5b}{11}} \frac{12 \cdot \left(\frac{6b}{11}\right)}{b} = \frac{\frac{50b}{11}}{b} + \frac{5b}{11} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{72}{11} = \frac{50}{11} + \frac{5b}{11} \rightarrow 22 = 5b \rightarrow b = \frac{22}{5} = 4{,}4 \text{ cm}$$

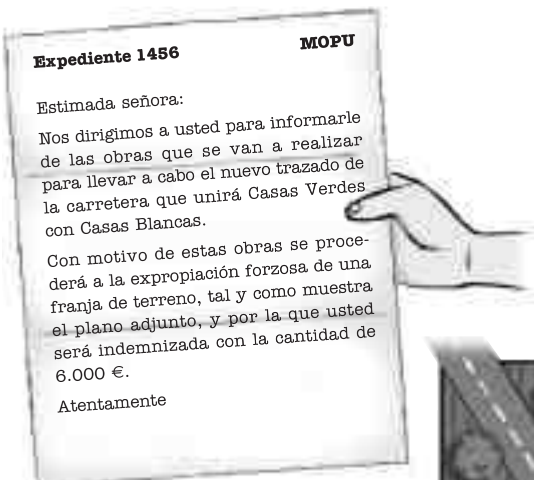
$$x = \frac{5b}{11} \xrightarrow{b = \frac{22}{5}} x = 2$$

Es decir, $b = 4{,}4$ cm y $x = 2$ cm.

EN LA VIDA COTIDIANA

117 ●●● **Se está diseñando un nuevo trazado para la carretera que une Casas Verdes con Casas Blancas, pero este trazado pasará por los olivares, con lo que muchas familias se verán afectadas.**

La familia de Lidia, al igual que otras familias del pueblo, ya ha recibido la notificación.



Expediente 1456 **MOPU**

Estimada señora:

Nos dirigimos a usted para informarle de las obras que se van a realizar para llevar a cabo el nuevo trazado de la carretera que unirá Casas Verdes con Casas Blancas.

Con motivo de estas obras se procederá a la expropiación forzosa de una franja de terreno, tal y como muestra el plano adjunto, y por la que usted será indemnizada con la cantidad de 6.000 €.

Atentamente

Según las escrituras, el terreno tiene una superficie de 6 hectáreas y el abogado al que han consultado les ha dicho que mediante una reclamación pueden recibir hasta 20 € por cada metro cuadrado expropiado.

¿Cuánto les pagan por cada metro cuadrado expropiado? ¿Cuánto podrían obtener si reclamaran judicialmente?

El área del terreno es: $6 \text{ ha} = 60.000 \text{ m}^2 = (90 + 15 + 195) \cdot \text{ancho}$.

$$60.000 = 300 \cdot \text{ancho} \rightarrow \text{Ancho} = 200 \text{ m}$$

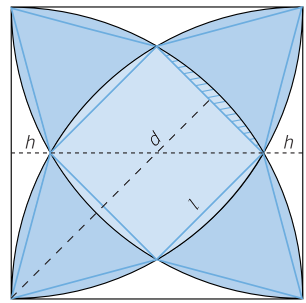
El área de la carretera mide: $15 \cdot 200 = 3.000 \text{ m}^2$.

Por cada metro cuadrado expropiado les pagan: $\dfrac{6.000}{3.000} = 2$ €.

Si reclaman judicialmente podrían pagarles: $20 \cdot 3.000 = 60.000$ €.

118 ●●● **Arturo es un artesano especializado en fabricar vidrieras. Su trabajo es complicado porque las vidrieras suelen tener formas geométricas, y es necesario medir con precisión para no equivocarse al unir las piezas.**

En el último encargo que ha recibido, le han pedido un presupuesto para 25 vidrieras de esta forma.



Si el cristal de colores cuesta 5,25 €/m² y el blanco 3,20 €/m², ¿cuál será el presupuesto para fabricar las 25 vidrieras?

En primer lugar, vamos a calcular el área de las figuras sombreadas. A continuación, hallamos el área de los segmentos circulares semejantes al que aparece rayado en el dibujo.

Área del cuadrado:

$$\left.\begin{array}{l} 2h + d = 1 \\ d + h = \sqrt{1 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2} \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 2h + d = 1 \\ d + h = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{array}\right\} \begin{array}{l} h = 1 - \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2-\sqrt{3}}{2} = 0{,}14 \text{ m} \\ d = 1 - 2h = 1 - 2 \cdot 0{,}14 = 0{,}72 \text{ m} \end{array}$$

$d^2 = l^2 + l^2 \to 2l^2 = 0{,}72^2 \to 2l^2 = 0{,}52 \to l^2 = 0{,}26 \to l = 0{,}51$ m

Área del cuadrado $= 0{,}51 \cdot 0{,}51 = 0{,}26$ m²

Área de los triángulos:

$$l^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + h_t^2 \to 0{,}51^2 = 0{,}26^2 + h_t^2 \to h_t = \sqrt{0{,}51^2 - 0{,}26^2} = 0{,}44 \text{ m}$$

$$A_t = \frac{0{,}51 \cdot 0{,}44}{2} = 0{,}11 \text{ m}^2$$

Área de los triángulos $= 4 \cdot 0{,}11 = 0{,}44$ m²

Área del segmento circular:

$$h^2_{T\,\text{Sector}} = 1^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 \to h_{T\,\text{Sector}} = \sqrt{1 - 0{,}17} = 0{,}91 \text{ m}$$

Área del triángulo sector $= \dfrac{0{,}51 \cdot 0{,}91}{2} = 0{,}23$ m²

Área del segmento $= A_{\text{Sector}} - A_{T\,\text{Sector}} = \dfrac{30}{360}\pi - 0{,}23 = 0{,}26 - 0{,}23 = 0{,}03$ m²

Conclusión:

Área sombreada = Área cuadrado + Área 4 triángulos + Área 4 segmentos =
$= 0{,}26 + 0{,}44 + 0{,}12 = 0{,}82$ m²

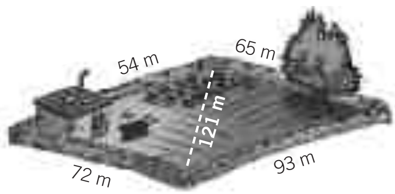
Área blanco $= 1 - 0{,}82 = 0{,}18$ m²

Presupuesto:

Precio de 1 vidriera $= 0{,}82 \cdot 5{,}25 + 0{,}18 \cdot 3{,}20 = 4{,}3 + 0{,}58 = 4{,}88$ €

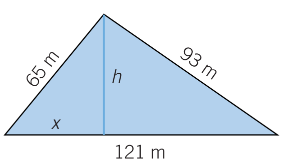
Precio de 25 vidrieras $= 25 \cdot 4{,}88 = 122$ €

119 ●●● **El ayuntamiento ha declarado urbanizable uno de los terrenos en los que Goro ha sembrado cereales. Antes de enterarse de la noticia ya había recibido una oferta de una empresa constructora.**



Goro ha buscado los planos de la tierra para comprobar si es verdad lo que le dicen. ¿Es cierto lo que afirma el constructor? ¿Le pagarían a 100 €/m²?

Consideramos los dos triángulos que se forman con la diagonal:

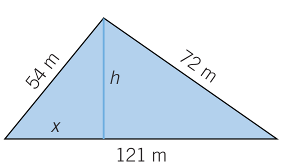


$$\left.\begin{array}{l} h^2 = 65^2 - x^2 \\ h^2 = 93^2 - (121 - x)^2 \end{array}\right\}$$

$$65^2 - x^2 = 93^2 - (121 - x)^2 \rightarrow 4.225 - 8.649 + 14.641 = 242x \rightarrow$$
$$\rightarrow x = 42{,}22 \text{ m}$$

$$h^2 = 65^2 - x^2 \xrightarrow{x = 42{,}22} h^2 = 4.225 - 1.782{,}53 \rightarrow h = 49{,}42 \text{ m}$$

$$A_1 = \frac{121 \cdot 49{,}42}{2} = 2.989{,}91 \text{ m}^2$$



$$\left.\begin{array}{l} h^2 = 54^2 - x^2 \\ h^2 = 72^2 - (121 - x)^2 \end{array}\right\}$$

$$54^2 - x^2 = 72^2 - (121 - x)^2 \rightarrow 2.916 - 5.184 + 14.641 = 242x \rightarrow$$
$$\rightarrow x = 51{,}13 \text{ m}$$

$$h^2 = 54^2 - x^2 \xrightarrow{x = 51{,}13} h^2 = 2.916 - 2.614{,}28 \rightarrow h = 17{,}37 \text{ m}$$

$$A_2 = \frac{121 \cdot 17{,}37}{2} = 1.050{,}88 \text{ m}^2$$

El área total es: $2.989{,}91 + 1.050{,}88 = 4.040{,}79 \text{ m}^2$.

Por tanto, le pagan $\dfrac{325.000}{4.040{,}79} = 80{,}43$ €/m².