FICHA 1: Concepto de raíz n-ésima

RECORDAR:

- Definición de raíz n-ésima: $\sqrt[n]{a}=x \Leftrightarrow x^n=a$
- Casos particulares de simplificación: $\sqrt[\cancel{n}]{x^{\cancel{n}}}=x$ $\quad \left(\sqrt[\cancel{n}]{x}\right)^{\cancel{n}}=x$

*(Añadir estas fórmulas al formulario, junto con la **lista de los 20 primeros cuadrados perfectos** que indicará el profesor)*

1. Calcular, aplicando mentalmente la definición de raíz **(no usar calculadora)**:

a) $\sqrt{9}=$

b) $\sqrt{25}=$

c) $\sqrt{49}=$

d) $\sqrt{100}=$

e) $\sqrt{1}=$

f) $\sqrt{0}=$

g) $\sqrt{\frac{1}{4}}=$

h) $\sqrt{\frac{1}{9}}=$

i) $\sqrt{\frac{4}{25}}=$

j) $\sqrt{\frac{16}{100}}=$

k) $\sqrt{-4}=$

l) $\sqrt{64}=$

m) $\sqrt{2^{14}}=$

n) $\sqrt{5^{10}}=$

o) $\sqrt{3^{6}}=$

p) $\sqrt{7^{4}}=$

q) $\sqrt{\frac{36}{25}}=$

r) $\sqrt{121}=$

s) $\sqrt{169}=$

t) $\sqrt{400}=$

u) $\sqrt{144}=$

v) $\sqrt{196}=$

w) $\sqrt{2500}=$

2. Calcular de dos formas: **1º)** Mentalmente, aplicando la definición de raíz (cuando ello no resulte complicado). **2º)** Pasando previamente a fracción generatriz **(No usar calculadora, salvo para comprobar)**:

a) $\sqrt{0{,}25}=$

b) $\sqrt{0{,}49}=$

c) $\sqrt{0{,}09}=$

d) $\sqrt{0{,}0025}=$

e) $\sqrt{0{,}64}=$

f) $\sqrt{0{,}04}=$

g) $\sqrt{0,\widehat{1}}=$

h) $\sqrt{2,25}=$

i) $\sqrt{2,\widehat{7}}=$

j) $\sqrt{0,16}=$

(Una vez resueltos, se recomienda comprobar cada apartado con la calculadora…)

3. Calcular, aplicando mentalmente la definición de raíz **(no vale calculadora)**:

a) $\sqrt[3]{8}=$

b) $\sqrt[3]{27}=$

c) $\sqrt[3]{64}=$

d) $\sqrt[3]{1000}=$

e) $\sqrt[3]{-1}=$

f) $\sqrt[3]{-125}=$

g) $\sqrt[3]{-27}=$

h) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}=$

i) $\sqrt[3]{\frac{1}{125}}=$

j) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}=$

k) $\sqrt[3]{-1000}=$

l) $\sqrt[3]{-\frac{125}{8}}=$

m) $\sqrt[3]{-8}=$

n) $\sqrt[3]{2^{15}}=$

o) $\sqrt[3]{\frac{64}{1000}}=$

p) $\sqrt[3]{a^9}=$

q) $\sqrt[3]{-64}=$

r) $\sqrt[3]{125}=$

CONSECUENCIA: Potencia de exponente fraccionario: $\sqrt[n]{x^m}=x^{m/n}$

4. Calcular de dos formas: **1º)** Mentalmente, aplicando la definición de raíz cúbica (cuando no resulte complicado). **2º)** Pasando previamente a fracción generatriz **(No usar calculadora, salvo para comprobar)**:

a) $\sqrt[3]{0,001}=$

b) $\sqrt[3]{0,008}=$

c) $\sqrt[3]{-0,027}=$

d) $\sqrt[3]{0,125}=$

e) $\sqrt[3]{0,216}=$

f) $\sqrt[3]{-0,064} =$

(Una vez resueltos, se recomienda comprobar cada apartado con la calculadora…)

5. Calcular (resultado en la forma del radicando), **factorizando** previamente el radicando cuando sea necesario **(no vale calculadora)**:

1) $\sqrt{36} =$

2) $\sqrt[3]{729} =$

3) $\sqrt{729} =$

4) $\sqrt[4]{16} =$

5) $\sqrt[5]{-243} =$

6) $\sqrt{-8} =$

7) $\sqrt[3]{-8} =$

8) $\sqrt[6]{1} =$

9) $\sqrt[5]{-32} =$

10) $\sqrt[4]{81} =$

11) $\sqrt{5^2} =$

12) $\sqrt{\dfrac{25}{81}} =$

13) $\sqrt[6]{2^6} =$

TIPO EXAMEN **14)** $\sqrt[4]{\dfrac{81}{256}} =$

15) $\sqrt[5]{3^{15}} =$

16) $\sqrt[3]{0,064} =$

17) $\sqrt[4]{0,0001} =$

18) $\sqrt[6]{1\,000\,000} =$

19) $\sqrt[4]{1296} =$

20) $\sqrt{1296} =$

21) $\sqrt{14161} =$ $(Sol: 119)$

22) $\sqrt[3]{-\dfrac{8}{27}} =$

23) $\sqrt{0,\widehat{4}} =$ $(Sol: \pm 0,\widehat{6})$

24) $\sqrt[4]{-0,4} =$

25) $\sqrt{1764} =$

26) $\sqrt[3]{3^9} =$

27) $\sqrt[5]{-\dfrac{1}{32}} =$

28) $\sqrt{484} =$

29) $\sqrt{1,\widehat{7}} =$ $(Sol: \pm 1,\widehat{3})$

30) $\sqrt{5,\widehat{4}} =$ $(Sol: \pm 2,\widehat{3})$

31) $\sqrt{900} =$ $(Sol: \pm 30)$

32) $\sqrt[4]{\dfrac{1}{16}} =$ $(Sol: \pm 1/2)$

33) $\sqrt[5]{5^{20}} =$ $(Sol: \pm 5^4)$

34) $\sqrt[3]{-1} =$ $(Sol: -1)$

35) $\sqrt{31,36} =$ $(Sol: \pm 5,6)$

36) $\sqrt{23^2} =$

37) $\sqrt{11^4} =$ $(Sol:\ \pm 121)$

38) $\sqrt[4]{-1} =$

39) $\sqrt[3]{-\dfrac{343}{125}} =$ $\left(Sol:\ -\dfrac{7}{5}\right)$

40) $\sqrt[4]{0{,}0016} =$ $(Sol:\ \pm 0{,}2)$

41) $\sqrt{2{,}\widehat{7}} =$ $(Sol:\ \pm 1{,}\widehat{6})$

42) $\sqrt[3]{3{,}375} =$ $(Sol:\ 1{,}5)$

43) $\sqrt[4]{2^{36}} =$ $(Sol:\ \pm 512)$

44) $\sqrt[5]{-\dfrac{1024}{243}} =$ $(Sol:\ -1{,}\widehat{3})$

45) $\sqrt[6]{-64} =$ $(Sol:\ \nexists)$

46) $\sqrt{2025} =$ $(Sol:\ \pm 45)$

47) $\sqrt{11025} =$ $(Sol:\ \pm 105)$

48) $\sqrt[4]{16a^4b^8} =$

49) $\sqrt[3]{-\dfrac{343}{729}} =$ $(Sol:\ -7/9)$

50) $\sqrt{-25} =$

51) $\sqrt[6]{9^3} =$ $(Sol:\ \pm 3)$

52) $\sqrt{0{,}00\widehat{1}} =$ $(Sol:\ \pm 0{,}0\widehat{3})$

53) $\sqrt{0{,}13\widehat{4}} =$ $(Sol:\ \pm 0{,}3\widehat{6})$

54) $\sqrt[3]{0{,}\widehat{296}} =$ $(Sol:\ 0{,}\widehat{6})$

55) $\sqrt{2{,}66\widehat{7}} =$ $(Sol:\ \pm 1{,}6\widehat{3})$

56) $\sqrt{0{,}02\widehat{7}} =$ $(Sol:\ \pm 0{,}1\widehat{6})$

57) $\sqrt[4]{-2^4} =$

58) $\sqrt[4]{(-2)^4} =$

(Una vez resueltos, se recomienda comprobar con la calculadora…)

6. **Utilizar la calculadora** para hallar, con cuatro cifras decimales bien aproximadas (véase el ejemplo):

a) $\sqrt[4]{8} \cong \pm 1{,}6818$

b) $\sqrt[5]{9}$

c) $\sqrt[6]{25}$

d) $\sqrt[3]{10}$

e) $\sqrt[5]{-15}$

f) $\sqrt[6]{-40}$

g) $\sqrt[4]{2^3}$

h) $\sqrt[5]{3^2}$

i) $\sqrt[6]{5^2}$

j) $\sqrt[8]{256}$

k) $\sqrt[3]{64}$

l) $\sqrt{1315}$

7. **Acotar** los siguientes radicales entre dos enteros consecutivos, razonando el porqué (Véanse los dos primeros ejemplos; no vale usar calculadora, salvo para comprobar los resultados):

a) $1<\sqrt{3}<2$ pq $1^2=1$ y $2^2=4$

b) $\sqrt{13}\cong 3,\ldots$ pq $3^2=9$ y $4^2=16$

c) $<\sqrt{17}<$

d) $\sqrt{40}\cong$

e) $<\sqrt[3]{6}<$

f) $\sqrt[3]{100}\cong$

g) $<\sqrt{93}<$

h) $\sqrt[4]{57}\cong$

i) $<\sqrt[3]{-10}<$

8. Hallar, razonadamente, el valor de **k** (indicar todos los pasos):

a) $\sqrt{k^3}=8$ $(Sol: k=4)$

b) $\sqrt[k]{729}=9$ $(Sol: k=3)$

c) $\sqrt[5]{10^{10}}=k$ $(Sol: k=100)$

FICHA 2: Radicales equivalentes. Simplificación de radicales

RECORDAR:

- Simplificación general de radicales: $\sqrt[n]{x^m}=\sqrt[n/p]{x^{m/p}}$
- Amplificación de radicales: $\sqrt[n]{x^m}=\sqrt[n\cdot p]{x^{m\cdot p}}$
- Casos particulares de simplificación: $\sqrt[\cancel{n}]{x^{\cancel{n}}}=x$ $\quad \left(\sqrt[\cancel{n}]{x}\right)^{\cancel{n}}=x$

(Añadir estas fórmulas al formulario)

1. Simplificar los siguientes radicales (y comprobar el resultado con la calculadora, cuando proceda); véase el primer ejemplo:

a) $\sqrt[4]{3^2}=\sqrt[4/2]{3^{2/2}}=\boxed{\sqrt{3}}$

b) $\sqrt[8]{5^4}$

c) $\sqrt[9]{27}$

d) $\sqrt[5]{1024}$

e) $\sqrt[6]{8}$

f) $\sqrt[9]{64}$

g) $\sqrt[8]{81}$

h) $\sqrt[12]{x^9}$

i) $\sqrt[12]{x^8}$

j) $\sqrt[5]{x^{10}}$

k) $\sqrt[8]{2^2 3^4}$

l) $\sqrt[9]{a^3 b^6}$

m) $\sqrt[10]{a^4 b^6}$

n) $\sqrt[6]{2^3\,3^9}=$

o) $\sqrt[6]{5^3}$

p) $\sqrt[15]{2^{12}}$

q) $\sqrt[10]{a^8}$

r) $\sqrt[12]{a^4 b^8}$

s) $\sqrt[15]{243}$

t) $\sqrt[4]{81}$

u) $\sqrt[12]{64}$

v) $\sqrt[6]{2^{12}}$

w) $\sqrt[6]{512}$

TIPO EXAMEN

x) $\sqrt[8]{16a^4b^8}$

y) $\sqrt{1444}$ $\qquad (Sol: \pm 38)$

z) $\sqrt{1600}$ $\qquad (Sol: \pm 40)$

α) $\sqrt[12]{256}$

β) $\sqrt{784}$ $\qquad (Sol: \pm 28)$

γ) $\sqrt[6]{144}$ $\qquad \left(Sol: \sqrt[3]{12}\right)$

δ) $\sqrt[6]{400a^4b^6}$ $\qquad \left(Sol: \sqrt[3]{20a^2b^3}\right)$

ε) $\sqrt[6]{144x^2y^6}$ $\qquad \left(Sol: \sqrt[3]{12xy^3}\right)$

ζ) $\sqrt[12]{8^8}$ $\qquad (Sol: \pm 4)$

2. Estudiar si los siguientes radicales son equivalentes; comprobar después con la calculadora:

a) $\sqrt{2}$, $\sqrt[6]{8}$, $\sqrt[10]{32}$

b) $\sqrt{9}$, $\sqrt[3]{27}$, $\sqrt[4]{81}$, $\sqrt[5]{243}$ *(Sol: Equivalentes)*

c) $\sqrt{3}$, $\sqrt[4]{9}$, $\sqrt[6]{27}$, $\sqrt[8]{729}$

(Sol: SÍ; SÍ; NO)

3. **a)** Indicar tres radicales equivalentes a $\sqrt{5}$ por amplificación, y comprobar con la calculadora.

b) Hallar **razonadamente** un radical equivalente a $\sqrt[6]{16}$ por simplificación, y otro por amplificación.

4. **a)** Hallar razonadamente un radical de índice 4 equivalente a $\sqrt{32}$. Comprobar con calculadora. $\left(Sol: \sqrt[4]{1024}\right)$

b) Hallar razonadamente un radical de índice 9 equivalente a $\sqrt[3]{5}$, y comprobar. $\left(Sol: \sqrt[9]{125}\right)$

5. **a)** Simplificar los siguientes radicales e indicar los que son equivalentes y los que son irreducibles:

$\sqrt[3]{5^2} =$

$\sqrt[9]{125} =$

$\sqrt[6]{625} =$

$\sqrt[3]{5} =$ $\left(Sol: \sqrt[3]{5^2} \text{ y } \sqrt[3]{5} \text{ irreducibles; } \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[6]{625};\ \sqrt[9]{125} = \sqrt[3]{5}\right)$

b) Simplificar los siguientes radicales e indicar mediante lenguaje matemático su posible equivalencia:

$\sqrt[8]{9} =$

$\sqrt[12]{3^9} =$

$\sqrt[16]{81} =$ $\left(Sol: \sqrt[8]{9} = \sqrt[16]{81} \neq \sqrt[12]{3^9}\right)$

6. Hallar tres radicales equivalentes a $\sqrt[6]{8}$ de índice 2, 4 y 12 respectivamente. $\left(Sol: \sqrt{2}, \sqrt[4]{4} \text{ y } \sqrt[12]{64}\right)$

FICHA 3: Producto y cociente de radicales

RECORDAR:

- Propiedades de las raíces: $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$

  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

  $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m=\sqrt[n]{a^m}$

  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[m\cdot n]{a}$

- Introducir/extraer factores: $x\cdot\sqrt[n]{a}=\sqrt[n]{x^n\cdot a}$

(Añadir estas fórmulas al formulario)

1. **Multiplicar los siguientes radicales del mismo índice**, simplificando siempre que sea posible (véase el primer ejemplo):

a) $\sqrt{2}\sqrt{32}=\sqrt{64}=\boxed{8}$

b) $\sqrt{2}\sqrt{15}=$

c) $\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{4}=$

d) $\sqrt{3}\sqrt{27}=$

e) $\sqrt{3}\sqrt{4}=$

f) $\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{5}=$

g) $\sqrt{32}\sqrt{8}=$ $(Sol:16)$

h) $\sqrt{13}\sqrt{13}=$

i) $\sqrt[3]{9}\sqrt[3]{81}=$ $(Sol:9)$

j) $\sqrt{2}\sqrt{8}\sqrt{16}=$ $(Sol:16)$

k) $\sqrt{12}\sqrt{3}=$ $(Sol:6)$

TIPO EXAMEN

l) $2\sqrt{18}\cdot 3\sqrt{2}=$ $(Sol:36)$

m) $\sqrt{2x^3}\sqrt{2x}=$ $(Sol:2x^2)$

n) $\sqrt{12}\sqrt{6}\sqrt{18}$ $(Sol:36)$

o) $\left(2\sqrt{2}\right)^2 =$ *(Sol: 8)*

p) $\left(3\sqrt{5}\right)^2 =$ *(Sol: 45)*

2. **Multiplicar los siguientes radicales de distinto índice**, simplificando siempre que sea posible (véase el primer ejemplo):

a) $\sqrt{2}\ \sqrt[4]{64} = \sqrt{2}\ \sqrt[4]{2^6} = \sqrt{2}\ \sqrt{2^3} = \sqrt{2^4} = 2^2 = \boxed{4}$

b) $\sqrt[6]{9}\ \sqrt[3]{9} =$ $(Sol: 3)$

c) $\sqrt[4]{x^{10}}\ \sqrt[6]{x^9} =$ $(Sol: x^4)$

d) $\sqrt[6]{7^{10}}\ \sqrt[3]{49} =$ $\left(Sol: \sqrt[3]{7^7}\right)$

e) $\sqrt[4]{1024}\ \sqrt[6]{8} =$ $(Sol: 8)$

f) $\sqrt[4]{4a^2}\ \sqrt{8a} =$ $(Sol: 4a)$

g) $\sqrt{3}\ \sqrt[6]{27} =$ $(Sol: 3)$

TIPO EXAMEN **h)** $\sqrt[6]{2^9}\ \sqrt[4]{1024} =$ $(Sol: 16)$

i) $\sqrt[4]{25}\ \sqrt{25}\ \sqrt{5} =$ $(Sol: 25)$

3. Simplificar, aplicando convenientemente las propiedades de las raíces (véase el primer ejemplo):

a) $\dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{16} = \boxed{4}$

b) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} =$ $(Sol: 2)$

c) $\dfrac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{9}} =$

d) $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} =$

e) $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} =$ $(Sol: 3)$

f) $\dfrac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} =$ $(Sol: 2)$

g) $\sqrt{\dfrac{256}{729}} =$ $(Sol: 16/27)$

h) $\dfrac{\sqrt{21}}{2\sqrt{7}} =$ $\left(Sol: \sqrt{3}/2\right)$

i) $\dfrac{\sqrt{33}}{\sqrt{3}} =$

j) $\sqrt[3]{\dfrac{125}{512}} =$ $(Sol: 5/8)$

k) $\sqrt[4]{\dfrac{16}{625}} =$

TIPO EXAMEN **l)** $\dfrac{\sqrt{2}\ \sqrt{8}}{\sqrt{32}} =$ $\left(Sol: 1/\sqrt{2}\right)$

m) $\dfrac{\sqrt{2}\,\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=$ $(Sol:1)$

n) $\dfrac{\sqrt{8a^3}}{\sqrt{2a}}=$ $(Sol:2a)$

o) $\left(\dfrac{3}{2}\right)^2:\left(1+\sqrt{\dfrac{1}{8}+\dfrac{7}{16}}-\dfrac{3}{2}\right):\left(-\dfrac{2}{3}+1\right)^2=$ $(Sol:81)$

4. **Dividir los siguientes radicales de distinto índice**, simplificando siempre que sea posible (véase el primer ejemplo):

a) $\dfrac{\sqrt{128}}{\sqrt[6]{8}}=\dfrac{\sqrt{2^7}}{\sqrt[6]{2^3}}=\dfrac{\sqrt{2^7}}{\sqrt{2}}=\sqrt{2^6}=2^3=\boxed{8}$

b) $\dfrac{\sqrt[4]{64}}{\sqrt[6]{8}}=$ $(Sol:2)$

c) $\dfrac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[6]{81}}=$ $(Sol:\sqrt[3]{3})$

d) $\dfrac{\sqrt{5^5}}{\sqrt[4]{5^6}}=$ $(Sol:5)$

e) $\dfrac{\sqrt[4]{a^{14}}}{\sqrt[6]{a^9}}=$ $(Sol:a^2)$

f) $\dfrac{\sqrt{7^3}}{\sqrt[4]{49}}=$ $(Sol:7)$

g) $\dfrac{\sqrt[6]{x^{15}}}{\sqrt[10]{x^{15}}}=$ $(Sol:x)$

h) $\dfrac{\sqrt{a^3b^5}}{\sqrt{ab^3}}=$ $(Sol:ab)$

i) $\dfrac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{9}\,\sqrt{3}}=$ $(Sol:1)$

j) $\dfrac{\sqrt[4]{4}\,\sqrt{2}}{\sqrt[6]{8}}=$ $(Sol:\sqrt{2})$

TIPO EXAMEN **k)** $\dfrac{\sqrt[4]{x^2}\cdot\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}\cdot\sqrt[6]{x^9}}=$ $(Sol:1)$

l) $\dfrac{\sqrt{125}}{\sqrt[4]{25}}=$ $(Sol:5)$

TIPO EXAMEN **m)** $\sqrt{36}\,\sqrt[3]{125}-\dfrac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{16}}=$ $(Sol:59/2)$

FICHA 4: Potencia de un radical. Radical de un radical. Introducir/extraer factores

1. Simplificar, aplicando convenientemente las propiedades de las raíces (véase el primer ejemplo):

a) $\left(\sqrt[3]{4}\right)^2=\left(\sqrt[3]{2^2}\right)^2=\sqrt[3]{2^4}=\boxed{\sqrt[3]{16}}$

b) $\left(\sqrt{2}\right)^4=$ $(Sol: 4)$

c) $\left(\sqrt{3x^3y}\right)^3=$ $\left(Sol: \sqrt{27x^9y^3}\right)$

d) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^2\ \sqrt[3]{2}=$ $(Sol: 2)$

e) $\dfrac{\left(\sqrt{5}\right)^5}{\sqrt{5^3}}=$ $(Sol: 5)$

f) $\left(\sqrt[3]{a^2}\right)^6=$ $(Sol: a^4)$

g) $\left(\sqrt[6]{ab^2}\right)^2=$ $\left(Sol: \sqrt[3]{ab^2}\right)$

h) $\sqrt[8]{9}\ \left(\sqrt[4]{3}\right)^3=$ $(Sol: 3)$

i) $\dfrac{\sqrt[3]{25}\ \left(\sqrt[6]{5}\right)^4}{\sqrt[3]{5}}=$ $(Sol: 5)$

2. Simplificar, aplicando convenientemente las propiedades de las raíces (véase el primer ejemplo):

a) $\sqrt{\sqrt{2}}=\boxed{\sqrt[4]{2}}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt{3}}=$

c) $\sqrt{\sqrt[3]{25}}=$ $\left(Sol: \sqrt[3]{5}\right)$

d) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}=$

e) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{256}}}=$ $(Sol: 2)$

f) $\sqrt[3]{\sqrt{729}}=$ $(Sol: 3)$

g) $\sqrt{\sqrt{12}}=$

h) $\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}\right)^8=$ $(Sol: 2)$

i) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{x^5 x^7}} =$ $(Sol: x)$

j) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{x^{15}}} =$ $(Sol: \sqrt[4]{x^5})$

k) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[7]{\sqrt{8x^3}}}\right)^7 =$ $(Sol: \sqrt{2x})$

l) $\dfrac{\left(\sqrt{x}\right)^3}{\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}}\right)^6} =$ $(Sol: x)$

m) $\left(\sqrt{\sqrt[6]{32}}\right)^3 =$ $(Sol: \sqrt[4]{32})$

TIPO EXAMEN **n)** $\dfrac{\sqrt{\sqrt{a^5}} \cdot \sqrt[4]{a^5}}{\left(\sqrt{a}\right)^3} =$ $(Sol: a)$

o) $\left(\sqrt{7}\right)^3 \cdot \dfrac{\sqrt[4]{343}}{\sqrt[4]{7}} =$ $(Sol: 49)$

p) $\dfrac{\left(\sqrt{2}\right)^3}{\sqrt{\sqrt{2^5}} \cdot \sqrt[4]{32}} =$ $(Sol: 1/2)$

q) $\dfrac{\sqrt{\sqrt{3^7}}}{\sqrt[8]{9} \cdot \sqrt[4]{3^5}} =$ $(Sol: \sqrt[4]{3})$

r) $\dfrac{\sqrt{\sqrt{3^5}} \cdot \sqrt[4]{243}}{\left(\sqrt{3}\right)^3} =$ $(Sol: 3)$

3. Introducir factores y simplificar (véase el primer ejemplo):

a) $2\sqrt{2} = \sqrt{2^2 2} = \sqrt{2^3} = \boxed{\sqrt{8}}$

b) $2\sqrt{3} =$

c) $2\sqrt{\dfrac{3}{2}} =$ $(Sol: \sqrt{6})$

d) $3\sqrt{2} =$

e) $3\sqrt{\dfrac{2}{27}} =$ $(Sol: \sqrt{2/3})$

f) $3\sqrt[3]{3}=$ $\left(Sol:\sqrt[3]{81}\right)$

g) $6\sqrt{\frac{5}{12}}=$ $\left(Sol:\sqrt{15}\right)$

h) $3\sqrt[4]{5}=$

i) $ab\sqrt{\frac{c}{ab^3}}=$ $\left(Sol:\sqrt{\frac{ac}{b}}\right)$

j) $3\sqrt{7}=$

k) $2a\sqrt{\frac{3c}{2a}}=$ $\left(Sol:\sqrt{6ac}\right)$

l) $\sqrt{x\sqrt{x}}=$ $\left(Sol:\sqrt[4]{x^3}\right)$

m) $\sqrt{2\cdot\sqrt[3]{2}}=$ $\left(Sol:\sqrt[3]{4}\right)$

TIPO EXAMEN

n) $\sqrt{2\cdot\sqrt{2}}\cdot\sqrt[4]{2}=$ $(Sol:2)$

o) $\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3}}\cdot\left(\sqrt[9]{3}\right)^2=$ $\left(Sol:\sqrt[3]{9}\right)$

p) $\frac{\sqrt{2\sqrt{2}}\cdot\sqrt[4]{8}}{\left(\sqrt[4]{2}\right)^5}=$ $\left(Sol:\sqrt[4]{2}\right)$

q) $\frac{\left(\sqrt[6]{3}\right)^5\cdot\sqrt[12]{9}}{\sqrt[3]{3^2\cdot\sqrt{3}}}=$ $\left(Sol:\sqrt[6]{3}\right)$

r) $\frac{\left(\sqrt[6]{5^2}\right)^2}{\sqrt{5\sqrt[3]{25}}}\sqrt[6]{5}=$ $(Sol:1)$

s) $\frac{\sqrt[4]{a^7}}{\sqrt{a\sqrt{a}}\cdot\sqrt[4]{a^3}}=$ $\left(Sol:\sqrt{a}\right)$

t) $\frac{\sqrt{3\left(\sqrt{3}\right)^3}}{\sqrt[4]{27}}=$ $\left(Sol:\sqrt{3}\right)$

4. Extraer factores y simplificar cuando proceda (véase el primer ejemplo):

1) $\sqrt{8}=\sqrt{2^3}=\sqrt{2^2\,2}=\boxed{2\sqrt{2}}$

2) $\sqrt{18}=$ $\left(Sol: 3\sqrt{2}\right)$

3) $\sqrt{98}=$ $\left(Sol: 7\sqrt{2}\right)$

4) $\sqrt{32}=$ $\left(Sol: 4\sqrt{2}\right)$

5) $\sqrt{60}=$ $\left(Sol: 2\sqrt{15}\right)$

6) $\sqrt{72}=$ $\left(Sol: 6\sqrt{2}\right)$

7) $\sqrt{12}=$ $\left(Sol: 2\sqrt{3}\right)$

8) $\sqrt{128}=$ $\left(Sol: 8\sqrt{2}\right)$

9) $\sqrt{48}=$ $\left(Sol: 4\sqrt{3}\right)$

10) $\sqrt{108}=$ $\left(Sol: 6\sqrt{3}\right)$

11) $\sqrt{162}=$ $\left(Sol: 9\sqrt{2}\right)$

12) $\sqrt{75}=$ $\left(Sol: 5\sqrt{3}\right)$

13) $\sqrt{200}=$ $\left(Sol: 10\sqrt{2}\right)$

14) $\sqrt{27}=$ $\left(Sol: 3\sqrt{3}\right)$

15) $\sqrt[3]{3^4 5^5}=$ $\left(Sol: 15\sqrt[3]{75}\right)$

16) $\sqrt[4]{80}=$ $\left(Sol: 2\sqrt[4]{5}\right)$

17) $\sqrt[3]{2592}=$ $\left(Sol: 6\sqrt[3]{12}\right)$

18) $\left(\sqrt{\sqrt{2}}\right)^{10}=$ $\left(Sol: 4\sqrt{2}\right)$

19) $\sqrt[3]{500}=$ $\left(Sol: 5\sqrt[3]{4}\right)$

20) $\sqrt[3]{32x^4}=$ $\left(Sol: 2x\sqrt[3]{4x}\right)$

21) $\sqrt{686}=$ $\left(Sol: 7\sqrt{14}\right)$

22) $\sqrt{1936}=$ $\left(Sol: 44\right)$

23) $\sqrt[3]{81a^3b^5c}=$ $\left(Sol: 3ab\sqrt[3]{3b^2c}\right)$

24) $\sqrt[5]{64}=$ $\left(Sol: 2\sqrt[5]{2}\right)$

25) $\sqrt[3]{16x^6}=$ $\left(Sol: 2x^2\sqrt[3]{2}\right)$

26) $\sqrt{32}+\dfrac{\sqrt{4\sqrt{2}}}{\left(\sqrt[4]{2}\right)^3}=$ $\left(Sol: 5\sqrt{2}\right)$

TIPO EXAMEN

27) $\sqrt{\dfrac{28x^5}{75y^3}}=$ $\left(Sol: \dfrac{2x^2}{5y}\sqrt{\dfrac{7x}{3y}}\right)$

28) $\dfrac{11\sqrt{132}}{132}=$ $\left(Sol: \sqrt{33}/6\right)$

29) $\dfrac{\sqrt{396}}{66}=$ $\left(Sol: \sqrt{11}/11\right)$

30) $\sqrt{\dfrac{3a^2}{4}}=$ $\left(Sol: \dfrac{a}{2}\sqrt{3}\right)$

31) $\dfrac{\sqrt{11}\sqrt{132}}{132}=$ $\left(Sol: \sqrt{3}/6\right)$

32) $\sqrt{25+\dfrac{25}{4}}=$ $\left(Sol: 5\sqrt{5}/2\right)$

33) $\sqrt{12}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{50}=$ $\left(Sol: 30\sqrt{2}\right)$

34) $5\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}\sqrt[3]{\dfrac{4}{81}}=$ $\left(Sol: \dfrac{5}{3}\sqrt[3]{2}\right)$

35) $\sqrt[3]{384}=$ $\left(Sol: 4\sqrt[3]{6}\right)$

36) $\sqrt[3]{432}=$ $\left(Sol: 6\sqrt[3]{2}\right)$

37) $2\sqrt[3]{24}-\dfrac{1}{2}\sqrt[3]{192}=$ $\left(Sol: 2\sqrt[3]{3}\right)$

38) $\dfrac{4+\sqrt{12}}{2}=$ $\left(Sol: 2+\sqrt{3}\right)$

5. Sumar los siguientes radicales, reduciéndolos previamente a radicales semejantes (véase el primer ejemplo):

a) $\sqrt{2}+\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{32}=\sqrt{2}+\sqrt{2^3}+\sqrt{3^2 2}-\sqrt{2^5}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-2^2\sqrt{2}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-4\sqrt{2}=\boxed{2\sqrt{2}}$

1º) FACTORIZAMOS RADICANDOS

2º) EXTRAEMOS FACTORES

3º) SUMAMOS RADICALES SEMEJANTES

b) $\sqrt{5}+\sqrt{45}+\sqrt{180}-\sqrt{80}=$ *(Sol: $6\sqrt{5}$)*

c) $\sqrt{24}-5\sqrt{6}+\sqrt{486}=$ *(Sol: $6\sqrt{6}$)*

d) $27\sqrt{3}-5\sqrt{27}-9\sqrt{12}=$ *(Sol: $-6\sqrt{3}$)*

e) $2\sqrt{8}+5\sqrt{72}-7\sqrt{18}-\sqrt{50}=$ *(Sol: $8\sqrt{2}$)*

f) $\sqrt{32}+2\sqrt{3}-\sqrt{8}+\sqrt{2}-2\sqrt{12}=$ *(Sol: $3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$)*

g) $3\sqrt{24}-\dfrac{1}{3}\sqrt{54}+\sqrt{150}=$ *(Sol: $10\sqrt{6}$)*

h) $\sqrt{2}+\sqrt[4]{4}+\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}}\right)^6=$ *(Sol: $3\sqrt{2}$)*

i) $\sqrt[3]{54}-2\cdot\sqrt[3]{16}=$ *(Sol: $-\sqrt[3]{2}$)*

j) $4\sqrt{5}-\left(\sqrt[4]{\sqrt[3]{5}}\right)^6-\sqrt[4]{25}=$ *(Sol: $2\sqrt{5}$)*

k) $5\sqrt{2}+4\sqrt{8}+3\sqrt{18}+2\sqrt{32}+\sqrt{50}=$ *(Sol: $35\sqrt{2}$)*

l) $2\sqrt{108}-\sqrt{75}-\sqrt{27}-\sqrt{12}-\sqrt{3}=$ *(Sol: $\sqrt{3}$)*

m) $\sqrt{128}+5\sqrt{12}-2\sqrt{18}-3\sqrt{27}-\sqrt{2}=$ *(Sol: $\sqrt{2}+\sqrt{3}$)*

n) $a\sqrt{a}-\dfrac{\sqrt{a^3}}{3}=$ *(Sol: $\dfrac{2}{3}a\sqrt{a}$)*

o) $2\sqrt{27}-\sqrt{48}+\sqrt{3}=$ *(Sol: $3\sqrt{3}$)*

p) $\sqrt{\dfrac{5}{4}}+\dfrac{1}{4}\sqrt{20}+\sqrt{45}=$ *(Sol: $4\sqrt{5}$)*

q) $\sqrt{2}+\sqrt{8}=$ *(Sol: $3\sqrt{2}$)*

r) $\sqrt[3]{384}-\sqrt[3]{6}+2\sqrt[6]{36}=$ *(Sol: $5\sqrt[3]{6}$)*

s) $\sqrt{x^5}-x\sqrt{x}+\sqrt{4x^3}-x^2\sqrt{x}=$ *(Sol: $x\sqrt{x}$)*

t) $\sqrt{80}-2\sqrt{5}-2\sqrt{20}-\sqrt{45}=$ *(Sol: $-5\sqrt{5}$)*

u) $\sqrt{20}-2\sqrt{125}+\sqrt{5}=$ *(Sol: $-7\sqrt{5}$)*

v) $3\sqrt{45}-\sqrt{5}-2\sqrt{80}=$ *(Sol: 0)*

w) $\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)\sqrt{10}=$ *(Sol: $6\sqrt{5}$)*

x) $\sqrt{7}-6\sqrt{112}-5\sqrt{28}=$ *(Sol: $-33\sqrt{7}$)*

FICHA 5: Clasificación de los números reales

1. Separar los siguientes números en racionales o irracionales, indicando, de la forma más conveniente en cada caso, el porqué (véase el primer ejemplo):

$\frac{1}{8} \in \mathbb{Q}$ pq es un cociente de enteros	$-\frac{25}{3}$
$\frac{\pi}{3}$	$\sqrt{13}$
$\sqrt{5}$	$0{,}1$
$2{,}666\ldots$	$6{,}\widehat{4}$
0	534
-3	$1{,}414213\ldots$
	$1{,}414213$

(Soluc: $\mathbb{Q}$; $\mathbb{I}$; $\mathbb{I}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{I}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{I}$; $\mathbb{Q}$)

2. Indicar cuál es el menor conjunto numérico al que pertenecen los siguientes números (IN, Z, Q o I)*;* en caso de ser Q o I, razonar el porqué:

$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5}{6}$
$\sqrt{3}$	$2{,}\widehat{3}$
$\sqrt{4}$	$2{,}020020002\ldots$
$0{,}0015$	$\sqrt[4]{-16}$
-10	

(Soluc: $\mathbb{I}$; $\mathbb{I}$; $\mathbb{N}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Z}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{I}$; $\nexists$)

3. Señalar cuáles de los siguientes números son racionales o irracionales, indicando el porqué:

3,629629629....	0,130129128...

5,216968888...	7,129292929...
0,123456789...	4,101001000...

(Soluc: $\mathbb{Q}$; $\mathbb{I}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{I}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{I}$)

4. ¿V o F? Razonar la respuesta:

a) $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$ *(Sol: F)*

b) $\sqrt{16+9}=\sqrt{16}+\sqrt{9}=4+3=7$ *(Sol: F)*

c) $\sqrt{16\cdot 9}=\sqrt{16}\cdot\sqrt{9}=4\cdot 3=12$ *(Sol: V)*

d) Todo número real es racional. *(Sol: F)*

e) Todo número natural es entero. *(Sol: V)*

f) Todo número entero es racional. *(Sol: V)*

g) Siempre que multiplicamos dos números racionales obtenemos otro racional. *(Sol: V)*

h) Siempre que multiplicamos dos números irracionales obtenemos otro irracional. *(Sol: F)*

5. Para cada uno de los siguientes números, indicar **razonadamente** si pertenecen a $\mathbb{Q}$ o $\mathbb{I}$ (Alguno puede no existir...):

$1{,}010010001... \in$

$1{,}010010001$

$1{,}0101010101...$

-101

$\frac{1}{11}$

$2,\widehat{3} \in$

$2,3$

$2,303303330...$

-23

$\sqrt{23}$

$\sqrt[3]{5} \in$

$2,0\widehat{3} \in$

$\frac{2}{3} \in$

$-2,3 \in$

$\sqrt[3]{-8} \in$

$3,14159265 \in$

$3,141592\widehat{65} \in$

$\sqrt[5]{-32} \in$

$\sqrt{-25} \in$

$-\frac{3}{14} \in$

(Soluc: $\mathbb{I}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{I}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{I}$; $\mathbb{I}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\mathbb{Q}$; $\nexists$; $\mathbb{Q}$)

ALFONSO GONZÁLEZ
I.E.S. FERNANDO DE MENA. DPTO. DE MATEMÁTICAS

6. Completar la siguiente tabla (no vale repetir ejemplos):

Ejemplo:	**¿A qué conjunto pertenece? ($\mathbb{Q}$ o $\mathbb{I}$)**		**¿Por qué?**
$2,\widehat{6}$			
	$\in \mathbb{I}$		
			Porque es una fracción de enteros
$\sqrt{2}$			
		Racional	

7. **<u>TEORÍA</u>:** Hacer un esquema ordenando los distintos subconjuntos de $\mathbb{R}$, e indicar en él **<u>solo</u>** los siguientes ejemplos:

$$\frac{2}{3} \qquad 3 \qquad \pi \qquad 2,\overset{\frown}{3} \qquad -3 \qquad 2,3 \qquad 2,030030003... \qquad \sqrt{23}$$

8. **<u>TEORÍA</u>:** Dar dos definiciones alternativas de número racional. Ídem de irracional. En cada uno de los 4 casos, dar dos ejemplos pertinentes eligiéndolos de la siguiente lista (no se pueden repetir):

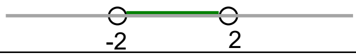
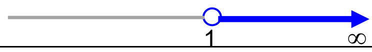
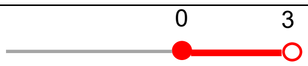
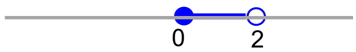
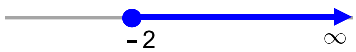
$$-\frac{2}{3} \qquad 0{,}10110111\ldots \qquad 4 \qquad \pi \qquad 1{,}7320508\ldots \qquad 5{,}\overset{\frown}{7} \qquad \sqrt{5} \qquad -0{,}175$$

FICHA 6: Intervalos.

1. Rellenar la siguiente tabla (véase el primer ejemplo):

	REPRES. GRÁFICA	INTERVALO	DEF. MATEMÁTICA
1	-3 3	$[-3,3]$	$\{x \in \mathbb{R} / -3 \le x \le 3\}$
2	0 3		
3	-4 4		
4		$[-2,1)$	
5			$\{x \in \mathbb{R} / 1 < x \le 5\}$
6	-3 ∞		
7			$\{x \in \mathbb{R} / x < 2\}$
8		$(0,\infty)$	
9	-∞ 3		
10		$(-1,5)$	
11			$\{x \in \mathbb{R} / x \le 0\}$
12		$[2/3,\infty)$	
13			$\{x \in \mathbb{R} / -2 < x \le 2\}$
14			$\{x \in \mathbb{R} /\ x < 3\}$
15			$\{x \in \mathbb{R} /\ x \ge 3\}$
16	2 ∞		
17		$[-1,1]$	
18			$\{x \in \mathbb{R} /\ x < -1\}$
19	-4 4		
20		$(-\infty,-2)$	

ALFONSO GONZÁLEZ
I.E.S. FERNANDO DE MENA. DPTO. DE MATEMÁTICAS

	REPRES. GRÁFICA	INTERVALO	DEF. MATEMÁTICA
21		$(2,\infty)$	
22			$\{x\in\mathbb{R}/\ x\leq 5\}$
23		$[-2,2]$	
24			
25		$(0,3]$	
26			$\{x\in\mathbb{R}/-1\leq x<3\}$
27			
28			$\{x\in\mathbb{R}/\ x\geq 0\}$
29			
30		$(-\infty,3)$	
31			
32			$\{x\in\mathbb{R}/x\leq -1\}$
33		$(-2,\infty)$	
34			$\{x\in\mathbb{R}/-2\leq x<3\}$
35			
36		$(-\infty,3)$	

FICHA 7: Errores.

1. Un solar, cuya fachada es, según su escritura, 34,5 m, se mide, arrojando un resultado de 34,53 m. Hallar el error absoluto y el error relativo cometido en la escritura.

2. Hallar el error absoluto y relativo que se comete al aproximar π a 22/7.

3. Supongamos que un coche se desplaza a 120 km/h de marcador. Si sabemos, mediante un GPS, que su velocidad real es 115 km/h, se pide: **a)** ε_a **b)** ε_r.

4. El velocímetro de los coches suele tener un error por exceso de alrededor de un 5%. Si sabemos que en autovía multan a partir de 127 km/h, ¿a qué velocidad de marcador podremos circular, como máximo, sin problemas?

5. Completar la siguiente tabla, empleando la calculadora (Sígase el primer ejemplo). ¿Cuál es, de todas ellas, la mejor aproximación de π?

	Aproximación de π	Aproximación decimal (a la cienmillonésima)	Error absoluto ε_a	Error relativo ε_r
Antiguo Egipto (>1800 a.C.)	$\left(\frac{4}{3}\right)^4$	**3,16049383**	**0,018901…**	**0,006016…**
Babilonia ($\cong$ 2000 a.C.)	$\frac{25}{8}$			

GRECIA	Arquímedes (s. III a.C.)	$\frac{223}{71}$			
	Ptolomeo (s. II d.C.)	$\frac{377}{120}$			
CHINA	Zhang Heng (78-139)	$\frac{736}{232}$ o $\sqrt{10}$			
	Wang-Fang (217-257)	$\frac{142}{45}$			
	Zu Chong Zhi (429-500)	$\frac{355}{113}$			
INDIA	Bhashkara II (1114-1185)	$\frac{3917}{1250}$			
	S. Ramanujan (1887-1920)	$\sqrt[4]{9^2+\frac{19^2}{22}}$	3,141592654		

¿Algún día se podrá encontrar una fracción de enteros **exactamente** igual a π?

6. Como muy bien sabemos, los números π o $\sqrt{3}$ son irracionales, es decir, no pueden ser expresados de manera exacta como un cociente de números enteros; ahora bien, los matemáticos babilonios, egipcios y griegos manejaban aproximaciones bastante precisas, como por ejemplo:

$$\pi \cong 3+\frac{17}{120}=\frac{377}{120} \qquad \text{(Ptolomeo)}$$

$$\sqrt{2}+\sqrt{3}\cong\pi \qquad \text{(desconocido)}$$

$$\sqrt{3}\cong 3+\frac{265}{153}\text{, y mejor : }\sqrt{3}\cong 3+\frac{1351}{780} \qquad \text{(Arquímedes)}$$

Comprobar la precisión de dichas aproximaciones e indicar el error cometido.

7. El sabio griego *Eratóstenes* (siglo III a.C.) fue capaz de obtener un valor del radio de la Tierra de 6548 km. Hallar el error cometido, teniendo en cuenta que el valor real es 6378 km. *(Soluc: $\cong$2,67 %)*