25 EJERCICIOS de RADICALES 4º ESO opc. B

RECORDAR:

- Definición de raíz n-ésima: $\sqrt[n]{a}=x \Leftrightarrow x^n=a$

  Consecuencia: $\cancel{\sqrt[n]{x^{n}}}=x$, y también $\cancel{\left(\sqrt[n]{x}\right)^{n}}=x$

- Equivalencia con una potencia de exponente fraccionario: $\sqrt[n]{x^m}=x^{m/n}$
- Simplificación de radicales/índice común: $\sqrt[n\cancel{p}]{x^{m\cancel{p}}}=\sqrt[n]{x^m}$

- Propiedades de las raíces: $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$

  $$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

  $$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m=\sqrt[n]{a^m}$$

  $$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[m\cdot n]{a}$$

- Introducir/extraer factores: $x\cdot\sqrt[n]{a}=\sqrt[n]{x^n\cdot a}$

Definición de raíz:

1. Calcular mentalmente, **sin usar calculadora**:

$\sqrt{9}=$ $\sqrt{25}=$ $\sqrt{49}=$ $\sqrt{100}=$ $\sqrt{1}=$

$\sqrt{0}=$ $\sqrt{\frac{1}{4}}=$ $\sqrt{\frac{1}{9}}=$ $\sqrt{\frac{4}{25}}=$ $\sqrt{\frac{16}{100}}=$

$\sqrt{0,25}=$ $\sqrt{0,09}=$ $\sqrt{0,0081}=$ $\sqrt{0,49}=$ $\sqrt{7^6}=$

$\sqrt{5^{24}}=$ $\sqrt{2^{10}}=$ $\sqrt{9^{-10}}=$

2. Calcular mentalmente, **sin usar calculadora**:

$\sqrt[3]{8}=$ $\sqrt[3]{27}=$ $\sqrt[3]{64}=$ $\sqrt[3]{1000}=$ $\sqrt[3]{1331}=$

$\sqrt[3]{-1}=$ $\sqrt[3]{-8}$ $\sqrt[3]{-27}=$ $\sqrt[3]{-1000}=$

$\sqrt[3]{\frac{1}{8}}=$ $\sqrt[3]{\frac{1}{125}}=$ $\sqrt[3]{-\frac{64}{125}}=$ $\sqrt[3]{\frac{64}{1000}}=$

$\sqrt[3]{0,125}=$ $\sqrt[3]{0,027}=$ $\sqrt[3]{0,001}=$ $\sqrt[3]{-0,216}=$

3. Calcular, aplicando la definición de raíz (**no vale con calculadora**), indicando el porqué (véase el ejemplo):

a) $\sqrt[3]{-8}=\boxed{-2}$ pq $(-2)^3=-8$ **b)** $\sqrt{-8}=$ **c)** $\sqrt[6]{-1}=$

d) $\sqrt[5]{-32}=$ **e)** $\sqrt[4]{81}=$ **f)** $\sqrt{5^2}=$

g) $\sqrt[6]{2^6}=$ **h)** $\sqrt{\dfrac{625}{81}}=$ **i)** $\sqrt[3]{\dfrac{27}{64}}=$

j) $\sqrt[4]{-\dfrac{81}{16}}=$ **k)** $\sqrt[5]{3^{15}}=$ **l)** $\sqrt[3]{0{,}064}=$

m) $\sqrt{0{,}\overset{\frown}{1}}=$ **n)** $\sqrt{2{,}25}=$ **o)** $\sqrt{2{,}\overset{\frown}{7}}=$

4. Hallar el valor de **k** en cada caso:

a) $\sqrt[3]{k}=2$ *(Soluc: k=8)*

b) $\sqrt[k]{-243}=-3$ *(Soluc: k=5)*

c) $\sqrt[5]{k}=\dfrac{2}{3}$ *(Soluc: k=32/243)*

d) $\sqrt[k]{1{,}331}=1{,}1$ *(Soluc: k=3)*

Potencias de exponente fraccionario:

5. Utilizar la calculadora para hallar, con tres cifras decimales bien aproximadas (véase el 1^er^ ejemplo):

a) $\sqrt[4]{8}\cong\boxed{1{,}682}$ **b)** $\sqrt[5]{9}$ **c)** $\sqrt[6]{25}$ **d)** $\sqrt[3]{10}$

e) $\sqrt[5]{-15}$ **f)** $\sqrt[6]{-40}$ **g)** $\sqrt[4]{2^3}$ **h)** $\sqrt[5]{3^2}$

i) $\sqrt[6]{5^2}$ **j)** $\sqrt[8]{256}$ **k)** $\sqrt[3]{64}$

6. Hallar $\sqrt[3]{3}$ con cuatro cifras decimales bien aproximadas, razonando el error cometido.

7. Calcular las siguientes potencias de dos formas distintas, y comprobar que se obtiene idéntico resultado (en ambos casos **no vale utilizar la calculadora**):

- Pasando a forma de raíz.
- Reemplazando la base por su descomposición en factores primos. (Véase el 1^er^ ejemplo)

a) $4^{1/2}=\sqrt{4}=\boxed{2}$, o bien $4^{1/2}=\left(2^{\cancel{2}}\right)^{\cancel{1/2}}=\boxed{2}$ **b)** $125^{1/3}=$

c) $625^{1/4}=$ **d)** $8^{2/3}=$

e) $64^{5/6}=$ **f)** $81^{3/4}=$

g) $8^{-2/3} =$ **h)** $27^{-1/3} =$

☞ *Ejercicios libro ed. Editex: pág. 13: 11 (pasar a raíz); pág. 13: 10; pág. 23: 51 (pasar a potencia de exponente fraccionario)*

Radicales equivalentes. Simplificación de radicales:

8. Simplificar los siguientes radicales, y comprobar el resultado con la calculadora cuando proceda (véase el 1er ejemplo):

a) $\sqrt[4]{3^2} = \sqrt[4/2]{3^{2/2}} = \boxed{\sqrt{3}}$ **b)** $\sqrt[8]{5^4} =$ **c)** $\sqrt[9]{27} =$ **d)** $\sqrt[5]{1024} =$

e) $\sqrt[6]{8} =$ **f)** $\sqrt[9]{64} =$ **g)** $\sqrt[8]{81} =$ **h)** $\sqrt[12]{x^9} =$

i) $\sqrt[12]{x^8} =$ **j)** $\sqrt[5]{x^{10}} =$ **k)** $\sqrt[4]{x^9} =$ **l)** $\sqrt[6]{a^2b^4} =$

m) $\sqrt[10]{a^4b^6} =$ **n)** $\sqrt[6]{5^3} =$ **o)** $\sqrt[15]{2^{12}} =$ **p)** $\sqrt[10]{a^8} =$

q) $\sqrt[12]{x^4y^8z^4} =$ **r)** $\sqrt[8]{\left(x^2y^2\right)^2} =$ ☞ *Ejercicios libro ed. Editex:* ***pág. 13: 12; pág. 23: 47***

9. Decir si los siguientes radicales son equivalentes (y comprobar después con la calculadora):

a) $\sqrt{5}\,,\ \sqrt[4]{25}\,,\ \sqrt[6]{125}\,,\ \sqrt[8]{625}$ *(Soluc: SÍ)*

b) $\sqrt{9}\,,\ \sqrt[3]{27}\,,\ \sqrt[4]{49}\,,\ \sqrt[5]{243}$ *(Soluc: NO)*

c) $\sqrt{2}\,,\ \sqrt[4]{4}\,,\ \sqrt[6]{8}\,,\ \sqrt[8]{16}$ *(Soluc: SÍ)*

☞ *Ejercicios libro ed. Editex:* ***pág. 13: 13; pág. 23: 46***

10. Reducir los siguientes radicales a índice común y ordenarlos de menor a mayor (y comprobar el resultado con la calculadora):

a) $\sqrt{5}$, $\sqrt[5]{2^3}$, $\sqrt[15]{7^2}$

b) $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[5]{7^3}$, $\sqrt[15]{3^2}$ $\left(Sol: \sqrt[15]{3^2} < \sqrt[3]{5} < \sqrt[5]{7^3}\right)$

c) $\sqrt[4]{3}$, $\sqrt[6]{16}$, $\sqrt[15]{9}$

d) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{32}$, $\sqrt[5]{27}$ $\left(Sol: \sqrt{2} < \sqrt[5]{27} < \sqrt[3]{32}\right)$

e) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[4]{4}$, $\sqrt[5]{5}$, $\sqrt[6]{6}$

$\left(Sol: \sqrt[6]{6} < \sqrt[5]{5} < \sqrt[4]{4} = \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}\right)$

f) $\sqrt[3]{16}$, $\sqrt[4]{125}$, $\sqrt[6]{243}$ $\left(Sol: \sqrt[6]{243} < \sqrt[3]{16} < \sqrt[4]{125}\right)$

g) $\sqrt[4]{31}$ y $\sqrt[3]{13}$

h) $\sqrt[3]{51}$ y $\sqrt[9]{132650}$

i) $\sqrt[3]{-10}$ y $\sqrt[4]{8}$ $\left(Sol: \sqrt[3]{-10} < \sqrt[4]{8}\right)$

☞ *Ejercicios libro ed. Editex:* ***pág. 14: 16; pág. 23: 45***

Operaciones con radicales:

11. Multiplicar los siguientes radicales de igual índice, y simplificar cuando sea posible (véase el 1er ejemplo):

a) $\sqrt{2}\,\sqrt{32} = \sqrt{64} = \boxed{8}$

b) $\sqrt{2}\,\sqrt{15} =$

c) $\sqrt[3]{3}\,\sqrt[3]{9} =$

d) $\sqrt{2}\,\sqrt{8} =$

e) $\sqrt{3}\ \sqrt{4} =$

f) $\sqrt[3]{2}\ \sqrt[3]{5} =$

g) $\sqrt{12}\ \sqrt{6}\ \sqrt{50} =$

h) $\sqrt{21}\ \sqrt{7} =$

i) $4\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{27} =$

$(Sol: 72)$

j) $\sqrt{2}\ \sqrt[4]{4} =$ $(Sol: 2)$

k) $\sqrt{7}\ \sqrt{7} =$

l) $\sqrt{137}\ \sqrt{137} =$

m) $\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1\right)\left(\sqrt[3]{x}-1\right) =$

$(Sol: x-1)$

n) $\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{a}\ \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{a^2}\right)\left(\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{a}\right) =$

$(Sol: x-a)$

12. Multiplicar los siguientes radicales de distinto índice, reduciendo previamente a índice común, y simplificar (véase el 1er ejemplo):

a) $\sqrt{2}\ \sqrt[3]{32} = \sqrt{2}\ \sqrt[3]{2^5} = \sqrt[6]{2^3}\ \sqrt[6]{2^{10}} = \boxed{\sqrt[6]{2^{13}}}$

b) $\sqrt[3]{2}\ \sqrt[4]{8} =$ $\left(Sol: \sqrt[12]{2^{13}}\right)$

c) $\sqrt[3]{2}\ \sqrt[5]{2} =$ $\left(Sol: \sqrt[15]{2^8}\right)$

d) $\sqrt[3]{9}\ \sqrt[6]{3} =$ $\left(Sol: \sqrt[6]{243}\right)$

e) $\sqrt[3]{2^2}\ \sqrt[4]{2} =$ $\left(Sol: \sqrt[12]{2^{11}}\right)$

f) $\sqrt[4]{a^3}\ \sqrt[6]{a^5} =$ $\left(Sol: \sqrt[12]{a^{19}}\right)$

g) $\sqrt[3]{2}\ \sqrt{3}\ \sqrt[4]{8} =$ $\left(Sol: \sqrt[12]{2^{13}3^6}\right)$

h) $\sqrt[4]{8}\ \sqrt[3]{4}\ \sqrt{a^3} =$ $\left(Sol: \sqrt[12]{2^{17}a^{18}}\right)$

i) $\sqrt[10]{7}\ \sqrt[5]{49} =$ $\left(Sol: \sqrt{7}\right)$

13. Simplificar, aplicando convenientemente las propiedades de las raíces (véase el 1er ejemplo):

a) $\dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{32}{2}} = \sqrt{16} = \boxed{4}$

b) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} =$

c) $\dfrac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{9}}=$

d) $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}=$

e) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}=$

f) $\dfrac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}=$

g) $\sqrt{\dfrac{256}{729}}=$ $\quad$ *(Sol : 16/27)*

h) $\dfrac{\sqrt{33}}{\sqrt{3}}=$ $\quad$ *(Sol : $\sqrt{11}$)*

i) $\dfrac{\sqrt{21}}{2\sqrt{7}}=$ $\quad$ *(Sol : $\sqrt{3}/2$)*

j) $\sqrt[3]{\dfrac{125}{512}}=$

k) $\sqrt[4]{\dfrac{16}{625}}=$

l) $\dfrac{\sqrt{2}\ \sqrt{8}}{\sqrt{32}}=$ $\quad$ *(Sol : 1/ $\sqrt{2}$)*

m) $\sqrt{\dfrac{154}{9}+23}\ -\ \sqrt{4\ \dfrac{144}{9}}\ =$ $\quad$ *(Sol : -5/3)*

n) $\sqrt{\left(-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}=$ $\quad$ *(Sol : 3)*

o) $\dfrac{1}{2}\ \dfrac{-4\ \dfrac{5}{\sqrt{2}}\ \sqrt{25-\dfrac{25}{2}}}{25-\dfrac{25}{2}}=$ $\quad$ *(Sol : 3)*

14. ¿Cómo podríamos comprobar rápidamente que $\dfrac{2\sqrt{6}}{6\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$? (no vale calculadora)

(Sol: multiplicando en cruz)

15. Operar los siguientes radicales de distinto índice, reduciendo previamente a índice común (véase el 1^er^ ejemplo):

a) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt[4]{2}}=\dfrac{\sqrt{2^3}}{\sqrt[4]{2}}=\dfrac{\sqrt[4]{2^6}}{\sqrt[4]{2}}=\boxed{\sqrt[4]{2^5}}$

b) $\dfrac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}}=$ $\quad$ *(Sol : $\sqrt{3}$)*

c) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{32}}=$ $\quad$ *(Sol : $\dfrac{1}{\sqrt[6]{2^7}}$)*

d) $\dfrac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[6]{8}}=$ $\quad$ *(Sol : 1)*

e) $\dfrac{\sqrt[3]{7^2}}{\sqrt{7}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[6]{7}\right)$

f) $\dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt[3]{3}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[3]{9}\right)$

g) $\dfrac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt{2}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[10]{8}\right)$

h) $\dfrac{\sqrt{ab}}{\sqrt[3]{ab}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[6]{ab}\right)$

i) $\dfrac{\sqrt[4]{a^3b^5c}}{\sqrt{ab^3c^3}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[4]{\dfrac{a}{bc^5}}\right)$

j) $\dfrac{\sqrt[6]{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: 1/\sqrt[6]{a}\right)$

k) $\dfrac{\sqrt[3]{4}\ \sqrt{3}}{\sqrt[6]{12}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[3]{6}\right)$

l) $\dfrac{\sqrt[8]{8}}{\sqrt[4]{4}\ \sqrt{2}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \dfrac{1}{\sqrt[8]{2^5}}\right)$

m) $\dfrac{\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt{125}}{\sqrt[4]{25}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[3]{625}\right)$

n) $\dfrac{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt[12]{2}}{\sqrt[12]{18}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[3]{6}\right)$

o) $\dfrac{\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt[12]{2}}{\sqrt[4]{2}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt{6}\right)$

p) $\dfrac{\sqrt[6]{54}\cdot\sqrt[12]{27}}{\sqrt[12]{4}\cdot\sqrt[4]{12}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt{3/2}\right)$

q) $\dfrac{\sqrt[4]{abc^2}\cdot\sqrt[12]{a^3b^5c^2}}{\sqrt[6]{a^2b^2c}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[6]{ab^2c^3}\right)$

☞ *Ejercicios libro ed. Editex:* ***pág. 15: 18***

16. Simplificar (véanse los dos ejemplos):

a) $\left(\sqrt[3]{a^2}\right)^6 = \sqrt[3]{a^{12}} = a^{12/3} = \boxed{a^4}$

b) $\left(\sqrt[6]{ab^2}\right)^2 =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[3]{ab^2}\right)$

c) $\left(\sqrt{x}\right)^3 \cdot \sqrt[3]{x} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[6]{x^{11}}\right)$

d) $\dfrac{\left(\sqrt[3]{2}\right)^4}{\left(\sqrt[4]{2}\right)^2} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[6]{32}\right)$

e) $\dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt[3]{2}\right)^4}{\left(\sqrt[4]{2}\right)^3} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[12]{2^{13}}\right)$

f) $\sqrt{2}\left(\sqrt[4]{2}\right)^3\left(\sqrt[3]{2}\right)^2 =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[12]{2^{23}}\right)$

g) $\dfrac{\left(\sqrt[4]{3}\right)^5}{\left(\sqrt{3}\right)^2\left(\sqrt[3]{3}\right)^4} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \dfrac{1}{\sqrt[12]{3^{13}}}\right)$

h) $\sqrt{2}\left(\sqrt[4]{2}\ \sqrt[3]{4}\right)^3 =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[4]{2^{13}}\right)$

i) $\sqrt{\sqrt{2^6}} = \sqrt[4]{2^6} = \sqrt{2^3} = \boxed{\sqrt{8}}$

j) $\sqrt{\sqrt{12}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[4]{12}\right)$

k) $\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}\right)^8 =$ $\qquad$ $(Sol: 2)$

l) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{x^5 x^7}} =$ $\qquad$ $(Sol: x)$

m) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{x^{15}}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[4]{x^5}\right)$

n) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[7]{\sqrt{8x^3}}}\right)^7 =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt{2x}\right)$

o) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{5}}\right)^5\left(\sqrt[4]{5}\right)^3 =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[12]{5^{19}}\right)$

p) $\left(\sqrt{2}\right)^8 - 8\left(\sqrt{2}\right)^6 + 24\left(\sqrt{2}\right)^4 - 32\left(\sqrt{2}\right)^2 + 16 =$ $\qquad$ $(Sol: 0)$

q) $\dfrac{\left(\sqrt{x}\right)^3}{\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}}\right)^6} =$ $(Sol : x)$

r) $\dfrac{\left(\sqrt[3]{2}\right)^4 \cdot \left(\sqrt[4]{8}\right)^3}{\sqrt{\left(\sqrt[3]{4}\right)^2}} =$ $\left(Sol : \sqrt[12]{2^{35}}\right)$

s) $\dfrac{\sqrt{\sqrt[3]{a^2}} \cdot \left(\sqrt{a^3}\right)^3}{\left(\sqrt{a}\right)^3 \cdot \sqrt[3]{a^4}} =$ $\left(Sol : a^2\right)$

t) $\dfrac{\left(\sqrt{27}\right)^3 \cdot \sqrt{\sqrt[3]{9}}}{\sqrt[3]{81} \cdot \left(\sqrt{3}\right)^3} =$ $(Sol : 9)$

u) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{\sqrt[5]{27}}} =$ $\left(Sol : \sqrt[15]{9}\right)$

17. Introducir convenientemente factores y simplificar (véase el 1$^{\underline{er}}$ ejemplo):

a) $2\sqrt{2} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{2^3} = \boxed{\sqrt{8}}$

b) $2\sqrt{3} =$

c) $2\sqrt{\dfrac{3}{2}} =$ $\left(Sol : \sqrt{6}\right)$

d) $3\sqrt{2} =$

e) $3\sqrt{\dfrac{2}{27}} =$ $\left(Sol : \sqrt{2/3}\right)$

f) $3\sqrt[3]{3} =$

g) $6\sqrt{\dfrac{5}{12}} =$ $\left(Sol : \sqrt{15}\right)$

h) $3\sqrt[4]{5} =$

i) $ab\sqrt{\dfrac{c}{ab^3}} =$ $\left(Sol : \sqrt{\dfrac{ac}{b}}\right)$

j) $3\sqrt{7} =$

k) $2a\sqrt{\dfrac{3c}{2a}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt{6ac}\right)$

l) $\sqrt{x\sqrt{x}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[4]{x^3}\right)$

m) $\sqrt{2\cdot\sqrt[3]{2}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[3]{4}\right)$

n) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[8]{2^7}\right)$

o) $\sqrt{3\sqrt[3]{3\sqrt{3}}} =$ $\qquad$ $\left(Sol: \sqrt[4]{27}\right)$

p) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2} =$ $\qquad$ $(Sol: 2)$

q) $\sqrt{\sqrt[3]{2\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2}} =$

$\left(Sol: \sqrt{2}\right)$

r) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{4\sqrt{2}}\,\sqrt{2}}\right)^3 =$

$(Sol: 4)$

s) $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt[3]{3}}\,\sqrt[3]{3}} =$

$(Sol: 3)$

t) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{3\sqrt{3}}\,\sqrt[3]{3}}\right)^2 =$

$\left(Sol: \sqrt[18]{3^{13}}\right)$

u) $\dfrac{\sqrt[3]{81}\,\left(\sqrt{3}\right)^3}{\sqrt[3]{3\sqrt{3}}\,\sqrt{\sqrt[3]{9}}} =$

$(Sol: 9)$

v) $\dfrac{\sqrt{2\sqrt[3]{2}}\,\sqrt[3]{16}}{\sqrt{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}\,\sqrt[4]{8}} =$

$\left(Sol: \sqrt{2}\right)$

w) $\dfrac{\left(\sqrt{2\sqrt[3]{2}}\right)^3}{\sqrt{2\sqrt{2}}\,\sqrt[4]{2}} =$

$(Sol: 2)$

x) $\sqrt[4]{\frac{x}{y}\sqrt[3]{\frac{y}{x}}} =$

$\left(Sol: \sqrt[6]{x/y}\right)$

y) $\dfrac{\sqrt[3]{-2000}}{3\sqrt{2}} =$

$\left(Sol: -10\right)$

z) $\dfrac{\left(\sqrt[3]{a^2b}\right)^2}{\sqrt{a\sqrt[3]{a\sqrt{b}}}} =$

$\left(Sol: \sqrt[12]{a^8b^7}\right)$

α) $\dfrac{\left(\sqrt[3]{3}\sqrt{3}\right)^3}{\sqrt{3\sqrt[3]{3}}} =$

$\left(Sol: \sqrt[6]{3^{11}}\right)$

β) $\dfrac{\sqrt{125}\left(\sqrt[3]{5}\right)^2}{\sqrt{5\sqrt[3]{25}}} =$

$\left(Sol: \sqrt[3]{5^4}\right)$

γ) $\sqrt{ab\sqrt{8ab\sqrt{4a^2b^2}}} =$

$\left(Sol: 2ab\right)$

δ) $\dfrac{\sqrt[3]{a^2}\cdot\left(\sqrt{a^3}\right)^3}{\sqrt[3]{a\cdot\sqrt{a^3}}} =$

$\left(Sol: \sqrt[3]{a^{13}}\right)$

ε) $\dfrac{\left(\sqrt{125}\right)^3}{\sqrt{5\sqrt{5}\cdot\sqrt[3]{25}}} =$

$\left(Sol: \sqrt[12]{5^{41}}\right)$

ζ) $\dfrac{\sqrt{2\sqrt[3]{2}\sqrt{4\sqrt{2}}}}{\left(\sqrt[8]{2}\right)^2} =$

$\left(Sol: \sqrt[24]{2^{25}}\right)$

☞ *Ejercicios libro ed. Editex:* ***pág. 14: 15; pág. 23: 48*** *(sencillos);* ***pág. 15: 19; pág. 23: 50*** *(más elaborados)*

18. Realizar las siguientes operaciones de dos formas distintas, y comprobar que se obtiene el mismo resultado:

– Operando, teniendo en cuenta las propiedades de las raíces (Resultado como un único radical).

– Pasando a potencia de exponente fraccionario, y aplicando a continuación las propiedades de las potencias.

a) $\frac{1}{2}\sqrt{2}\sqrt[4]{2}=$

$\left(Sol:\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)$

b) $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a\sqrt{a}}=$

$\left(Sol:\frac{1}{\sqrt[6]{a^5}}\right)$

c) $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a^2}\frac{a^3}{\sqrt{a}}=$

$\left(Sol:\sqrt[6]{a^7}\right)$

d) $\sqrt{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}=$

$\left(Sol:\sqrt[4]{8}\right)$

19. Extraer factores, y simplificar cuando proceda (véase el 1er ejemplo):

a) $\sqrt{8}=\sqrt{2^3}=\sqrt{2^2\,2}=\boxed{2\sqrt{2}}$

b) $\sqrt{18}=$

c) $\sqrt{98}=$

d) $\sqrt{32}=$

e) $\sqrt{60}=$

f) $\sqrt{72}=$

g) $\sqrt{128}=$

h) $\sqrt{162}=$

i) $\sqrt{200}=$

j) $\sqrt{12}=$

k) $\sqrt{27} =$

l) $\sqrt{48} =$

m) $\sqrt{75} =$

n) $\sqrt{108} =$

o) $\sqrt[3]{3^4 5^5} =$

$\left(Sol: 15\sqrt[3]{75}\right)$

p) $\sqrt[4]{80} =$

$\left(Sol: 2\sqrt[4]{5}\right)$

q) $\sqrt[3]{2592} =$

$\left(Sol: 6\sqrt[3]{12}\right)$

r) $\sqrt[5]{279936} =$

$\left(Sol: 6\sqrt[5]{36}\right)$

s) $\left(\sqrt{\sqrt{2}}\right)^{10} =$

$\left(Sol: 4\sqrt{2}\right)$

t) $\sqrt[3]{500} =$

$\left(Sol: 5\sqrt[3]{4}\right)$

u) $\sqrt[3]{32x^4} =$

$\left(Sol: 2x\sqrt[3]{4x}\right)$

v) $\sqrt{1936} =$

$\left(Sol: 44\right)$

w) $\sqrt{3{,}24} =$

$\left(Sol: 1{,}8\right)$

x) $\sqrt{529} =$

$\left(Sol: 23\right)$

y) $\sqrt{676} =$

$\left(Sol: 26\right)$

z) $\sqrt[3]{128a^2b^7} =$

$\left(Sol: 4b^2\sqrt[3]{2a^2b}\right)$

α) $\sqrt[3]{81a^3b^5c} =$

$\left(Sol: 3ab\sqrt[3]{3b^2c}\right)$

β) $\sqrt[3]{2^{11}a^2b^{19}} =$

$\left(Sol: 8b^6\sqrt[3]{4a^2b}\right)$

γ) $\sqrt[5]{64} =$

$\left(Sol: 2\sqrt[5]{2}\right)$

δ) $\sqrt[3]{16x^6} =$

ε) $\sqrt{\dfrac{28x^5}{75y^3}} =$

$\left(Sol: \dfrac{2x^2}{5y}\sqrt{\dfrac{7x}{3y}}\right)$

ζ) $\dfrac{11\sqrt{132}}{132} =$

$\left(Sol: \sqrt{33}/6\right)$

η) $\dfrac{\sqrt{396}}{66} =$

$\left(Sol: \sqrt{11}/11\right)$

ϑ) $\sqrt{\dfrac{3a^2}{4}} =$

$\left(Sol: \dfrac{a}{2}\sqrt{3}\right)$

ι) $\dfrac{\sqrt{11}\sqrt{132}}{132} =$

$\left(Sol: \sqrt{3}/6\right)$

κ) $\sqrt{25+\dfrac{25}{4}} =$

$\left(Sol: 5\sqrt{5}/2\right)$

λ) $\sqrt{12}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{50} =$

$\left(Sol: 30\sqrt{2}\right)$

μ) $5\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}\sqrt[3]{\dfrac{4}{81}} =$

$\left(Sol: \dfrac{5}{3}\sqrt[3]{2}\right)$

v) $\sqrt{36^2+27^2} =$ $\qquad$ $(Sol: 45)$

☞ *Ejercicios libro ed. Editex:* ***pág. 14: 14; pág. 23: 49 y 52 a, b, c, d, e, h***

20. Sumar los siguientes radicales, reduciéndolos previamente a radicales semejantes (véase el 1er ejemplo):

a) $\sqrt{2}+\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{32}=\sqrt{2}+\sqrt{2^3}+\sqrt{3^2 2}-\sqrt{2^5}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-2^2\sqrt{2}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-4\sqrt{2}=\boxed{2\sqrt{2}}$

FACTORIZAMOS RADICANDOS $\qquad$ EXTRAEMOS FACTORES $\qquad$ SUMAMOS RADICALES SEMEJANTES

b) $\sqrt{5}+\sqrt{45}+\sqrt{180}-\sqrt{80}=$ $\qquad$ *(Soluc:* $6\sqrt{5}$ *)*

c) $\sqrt{24}-5\sqrt{6}+\sqrt{486}=$ $\qquad$ *(Soluc:* $6\sqrt{6}$ *)*

d) $\sqrt[3]{54}-2\sqrt[3]{16}=$ $\qquad$ *(Soluc:* $-\sqrt[3]{2}$ *)*

e) $27\sqrt{3}-5\sqrt{27}-9\sqrt{12}=$ $\qquad$ *(Soluc:* $-6\sqrt{3}$ *)*

f) $\sqrt{75}-\sqrt{20}-\sqrt{12}+\sqrt{45}=$ $\qquad$ *(Soluc:* $3\sqrt{3}+\sqrt{5}$ *)*

g) $\sqrt{2\sqrt{2}}+\left(\sqrt[4]{2}\right)^3+\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2}-\sqrt[4]{8}=$ $\qquad$ *(Soluc:* $2\sqrt[4]{8}$ *)*

h) $2\sqrt{8}+5\sqrt{72}-7\sqrt{18}-\sqrt{50}=$ $\qquad$ *(Soluc:* $8\sqrt{2}$ *)*

i) $5\sqrt{2}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}\sqrt{6}=$ $\qquad$ *(Soluc:* $2\sqrt{2}$ *)*

j) $5\sqrt[6]{256}-2\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{128}=$ $\qquad$ *(Soluc:* $2\sqrt[3]{2}$ *)*

k) $\sqrt{32}+2\sqrt{3}-\sqrt{8}+\sqrt{2}-2\sqrt{12}=$ $\qquad$ *(Soluc:* $3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ *)*

l) $3\sqrt{24}-\dfrac{1}{3}\sqrt{54}+\sqrt{150}=$ *(Soluc: $10\sqrt{6}$)*

m) $5\sqrt{2}+4\sqrt{8}+3\sqrt{18}+2\sqrt{32}+\sqrt{50}=$ *(Soluc: $35\sqrt{2}$)*

n) $\sqrt{20}-\dfrac{1}{5}\sqrt{5}+\sqrt{45}=$ *(Soluc: $\dfrac{24}{5}\sqrt{5}$)*

o) $2\sqrt{108}-\sqrt{75}-\sqrt{27}-\sqrt{12}-\sqrt{3}=$ *(Soluc: $\sqrt{3}$)*

p) $\sqrt{128}+5\sqrt{12}-2\sqrt{18}-3\sqrt{27}-\sqrt{2}=$ *(Soluc: $\sqrt{2}+\sqrt{3}$)*

q) $2\sqrt{6}+\dfrac{1}{4}\sqrt{24}-\dfrac{1}{2}\sqrt{54}=$ *(Soluc: $\sqrt{6}$)*

r) $\sqrt{5}+\sqrt{\dfrac{45}{4}}=$ *(Soluc: $\dfrac{5}{2}\sqrt{5}$)*

s) $\sqrt{\dfrac{2}{3}}+\sqrt{\dfrac{18}{75}}=$ *(Soluc: $\dfrac{8}{5}\sqrt{\dfrac{2}{3}}$)*

t) $\sqrt{\dfrac{1}{2}}+3\sqrt{\dfrac{1}{8}}=$ *(Soluc: $\dfrac{5}{2}\sqrt{\dfrac{1}{2}}$)*

u) $\sqrt{\dfrac{3}{16}}-4\sqrt{12}=$ *(Soluc: $-\dfrac{31}{4}\sqrt{3}$)*

v) $\sqrt{\dfrac{5}{12}}-\sqrt{\dfrac{10}{6}}=$ *(Soluc: $-\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{5}{3}}$)*

w) $\sqrt{50a}-\sqrt{18a}=$ *(Soluc: $2\sqrt{2a}$)*

x) $5\sqrt{\dfrac{3}{4}}+\sqrt{27}-4\sqrt{3}-\sqrt{300}=$ *(Soluc: $-\dfrac{17}{2}\sqrt{3}$)*

y) $\sqrt{3}-\dfrac{2\sqrt{27}}{3}+\dfrac{5\sqrt{243}}{9}=$ *(Soluc: $4\sqrt{3}$)*

z) $6\sqrt[6]{4}-\dfrac{1}{3}\sqrt[3]{16}-3\sqrt[9]{8}+5\sqrt[3]{\dfrac{2}{27}}=$

(Soluc: $4\sqrt[3]{2}$)

α) $2\sqrt[4]{\dfrac{2}{81}}-\sqrt[8]{4}+2\sqrt[4]{32}=$

(Soluc: $\dfrac{11}{3}\sqrt[4]{2}$)

β) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{64}}+2\sqrt[3]{81}-\sqrt[6]{9}-\dfrac{5}{4}\sqrt[3]{3}=$

(Soluc: $4\sqrt[3]{3}$)

γ) $\dfrac{2}{3}\sqrt[3]{16}+2\sqrt[3]{2}-\dfrac{2}{3}\sqrt[3]{128}+\sqrt[3]{\dfrac{2}{27}}=$

(Soluc: $\sqrt[3]{2}$)

δ) $\dfrac{3}{2}\sqrt[3]{40}-\dfrac{3}{2}\sqrt[3]{5}+\dfrac{5}{2}\sqrt[3]{320}-\dfrac{3}{2}\sqrt[3]{1080}+\sqrt[3]{\dfrac{135}{8}}=$

(Soluc: $4\sqrt[3]{5}$)

ε) $\dfrac{1}{2}\sqrt[3]{81}-\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{24}-\sqrt[3]{\dfrac{3}{8}}=$

(Soluc: $2\sqrt[3]{3}$)

ζ) $\sqrt{9x+9}-\sqrt{4x+4}=$ *(Soluc: $\sqrt{x+1}$)*

η) $a\sqrt{a}-\dfrac{\sqrt{a^3}}{3}=$ *(Soluc: $\dfrac{2a\sqrt{a}}{3}$)*

☞ *Ejercicios libro ed. Editex:* ***pág. 15: 17; pág. 23: 52 f, g***

RECORDAR LAS IGUALDADES NOTABLES:

$$\boxed{\begin{array}{l}(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2 \\ (A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2 \\ (A+B)(A-B) = A^2 - B^2\end{array}}$$

21. Calcular, dando el resultado lo más simplificado posible (véanse los ejemplos):

a) $\left(2\sqrt{2}\right)^2 =$ *(Soluc: 8)*

b) $\left(3\sqrt{5}\right)^2 =$ *(Soluc: 45)*

c) $\left(5+\sqrt{3}\right)^2 = 5^2 + 2\cdot 5\cdot\sqrt{3} + \cancel{\left(\sqrt{3}\right)^2} = 25+10\sqrt{3}+3 = \boxed{28+10\sqrt{3}}$

d) $\left(1+\sqrt{2}\right)^2 =$ *(Soluc: $3+2\sqrt{2}$)*

e) $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2 =$ *(Soluc: $5+2\sqrt{6}$)*

f) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2 =$ *(Soluc: $5-2\sqrt{6}$)*

g) $\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right) =$ *(Soluc: 1)*

h) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right) =$ *(Soluc: 1)*

i) $\left(2+\sqrt{3}\right)\left(3-\sqrt{3}\right) = 2\cdot 3 - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \sqrt{3}\sqrt{3} = 6 - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 3 = \boxed{3+\sqrt{3}}$

j) $\left(1+\sqrt{2}\right)\left(1-\sqrt{8}\right) =$ *(Soluc: $-3-\sqrt{2}$)*

k) $\left(2-\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{12}\right) =$

(Soluc: $-4+3\sqrt{3}$)

l) $2\sqrt{3}\cdot 3\sqrt{2} =$ *(Soluc: $6\sqrt{6}$)*

m) $2\sqrt{8}\cdot 8\sqrt{2} =$ *(Soluc: 64)*

n) $3\sqrt{6}\cdot 2\sqrt{3} =$ *(Soluc: $18\sqrt{2}$)*

o) $2\sqrt{15}\cdot 3\sqrt{15} =$ *(Soluc: 90)*

p) $\left(5\sqrt{3}\right)^2 =$ *(Soluc: 75)*

q) $\left(5+\sqrt{3}\right)^2 =$ *(Soluc: $28+10\sqrt{3}$)*

r) $\left(5-\sqrt{3}\right)^2 =$ *(Soluc: $28-10\sqrt{3}$)*

s) $\left(5+\sqrt{3}\right)\left(5-\sqrt{3}\right)=$ *(Soluc: 22)*

t) $\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2 =$ *(Soluc: $8+2\sqrt{15}$)*

u) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2 =$ *(Soluc: $8-2\sqrt{15}$)*

v) $\left(2\sqrt{3}+5\right)^2 =$ *(Soluc: $37+20\sqrt{3}$)*

w) $\left(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right)^2 =$ *(Soluc: $30+12\sqrt{6}$)*

x) $\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)=$ *(Soluc: -6)*

y) $\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-4\right)=$ *(Soluc: $2-4\sqrt{2}$)*

z) $\left(2-\sqrt{3}\right)\sqrt{3} =$ *(Soluc: $2\sqrt{3}-3$)*

α) $\left(3\sqrt{2}+2\right)\left(2\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)=$

(Soluc: $4\sqrt{6}-2\sqrt{3}$)

β) $\left(2\sqrt{5}-5\right)\sqrt{5} =$ *(Soluc: $10-5\sqrt{5}$)*

γ) $\left(\sqrt{2}-3\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+5\sqrt{3}\right)=$

(Soluc: $-43+2\sqrt{6}$)

δ) $\left(3\sqrt{2}-4\right)^2 =$ *(Soluc: $34-24\sqrt{2}$)*

ε) $2\sqrt{35}\,\sqrt{35} =$ *(Soluc: 70)*

ζ) $\left(2\sqrt{8}+3\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{8}-2\sqrt{2}\right)=$

(Soluc: 56)

η) $\left(2\sqrt{5}-5\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{5}+5\sqrt{2}\right)=$ *(Soluc: -30)*

θ) $\left(2\sqrt{5}-5\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{2}+2\right)=$

(Soluc: $-30+6\sqrt{10}+4\sqrt{5}-10\sqrt{2}$)

ι) $\left(2\sqrt{27}-3\right)\left(1+\sqrt{3}\right)=$

(Soluc: $15+3\sqrt{3}$)

κ) $\left(3\sqrt{8}-4\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{2}-5\sqrt{8}\right)=$

(Soluc: -32)

λ) $\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)^2=$

(Soluc: 22)

μ) $\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)^2\left(\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)^2=$

(Soluc: 1)

ν) $\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)^2\left(5-\sqrt{21}\right)=$

ξ) $\left(3\sqrt{8}+2\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{8}-3\sqrt{2}\right)=$

(Soluc: 16)

ο) $\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)^2=$ *(Soluc: $30-12\sqrt{6}$)*

π) $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)=$

ρ) $\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2=$

Racionalización:

22. Racionalizar denominadores, y simplificar (véase el 1er ejemplo):

a) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}=\boxed{\dfrac{2\sqrt{3}}{3}}$

b) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}=$ *(Soluc: $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$)*

c) $\frac{5}{2\sqrt{3}}=$ *(Soluc:* $\frac{5\sqrt{3}}{6}$*)*

d) $\frac{5}{3\sqrt{5}}=$ *(Soluc:* $\frac{\sqrt{5}}{3}$*)*

e) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=$ *(Soluc:* $\frac{\sqrt{6}}{3}$*)*

f) $\sqrt{\frac{3}{2}}=$ *(Soluc:* $\frac{\sqrt{6}}{2}$*)*

g) $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=$ *(Soluc:* $\frac{2\sqrt{7}-\sqrt{14}}{7}$*)*

h) $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=$ *(Soluc:* $\sqrt{2}+1$ *)*

i) $\frac{4}{\sqrt{6}}=$ *(Soluc:* $\frac{2\sqrt{6}}{3}$*)*

j) $\frac{1}{\sqrt{27}}=$ *(Soluc:* $\frac{\sqrt{3}}{9}$*)*

k) $\frac{3}{2\sqrt{3}}=$ *(Soluc:* $\frac{\sqrt{3}}{2}$*)*

l) $\frac{12}{\sqrt{8}}=$ *(Soluc:* $3\sqrt{2}$ *)*

m) $\frac{\sqrt{2}-4}{3\sqrt{2}}=$ *(Soluc:* $\frac{1}{3}-\frac{2\sqrt{2}}{3}$*)*

n) $\frac{15\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}=$ *(Soluc:* $\frac{3\sqrt{15}}{2}$*)*

o) $\frac{\sqrt{3}+3}{2\sqrt{3}}=$ *(Soluc:* $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$*)*

p) $\frac{-2\sqrt{7}}{7\sqrt{2}}=$ *(Soluc:* $-\frac{\sqrt{14}}{7}$*)*

q) $\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{12}}=$ *(Soluc:* $\frac{\sqrt{33}}{6}$*)*

r) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3=$ *(Soluc:* $\frac{\sqrt{2}}{4}$*)*

s) $\frac{\left(1+\sqrt{2}\right)^2+1}{\sqrt{2}}$ *(Soluc:* $2+2\sqrt{2}$ *)*

t) $\frac{1-\left(1-\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{2}}=$ *(Soluc:* $2-\sqrt{2}$ *)*

u) $\frac{\sqrt{81+\frac{81}{4}}}{\sqrt{5}}=$ *(Soluc:* $\frac{9}{2}$*)*

v) $\frac{2}{\sqrt{5}}-\frac{2}{\sqrt{125}}=$ *(Soluc:* $\frac{8\sqrt{5}}{25}$*)*

w) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3=$ *(Soluc:* $\frac{\sqrt{3}}{9}$*)*

x) $\frac{\frac{15}{2}}{\left(\sqrt{\frac{15}{2}}\right)^3}=$ *(Soluc:* $\frac{\sqrt{30}}{15}$*)*

y) $\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}}=$ *(Soluc:* $\frac{\sqrt{50+10\sqrt{5}}}{10}$*)*

z) $\frac{2\sqrt{6}}{6\sqrt{2}}=$ *(Soluc:* $\frac{\sqrt{3}}{3}$*)*

α) $\dfrac{3\sqrt{10}}{5\sqrt{6}} =$ *(Soluc:* $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$ *)*

β) $\sqrt{x} + \dfrac{x}{2\sqrt{x}} =$ *(Soluc:* $\dfrac{3}{2}\sqrt{x}$ *)*

☞ *Ejercicios libro ed. Editex:* ***pág. 23: 53***

23. Racionalizar denominadores, y simplificar (veáse el 1er ejemplo):

a) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}} = \dfrac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{2^2}} = \dfrac{\sqrt[3]{2^2}}{\cancel{\sqrt[3]{2^3}}} = \boxed{\dfrac{\sqrt[3]{4}}{2}}$

b) $\dfrac{3}{\sqrt[5]{9}} =$ *(Soluc:* $\sqrt[5]{27}$ *)*

c) $\dfrac{8}{\sqrt[6]{8}} =$ *(Soluc:* $4\sqrt{2}$ *)*

d) $\dfrac{10}{3\sqrt[4]{125}} =$ *(Soluc:* $\dfrac{2}{3}\sqrt[4]{5}$ *)*

e) $\dfrac{\sqrt[5]{25}}{5\sqrt[3]{5}} =$ *(Soluc:* $\dfrac{\sqrt[15]{5}}{5}$ *)*

f) $\dfrac{10}{\sqrt[5]{128}} =$ *(Soluc:* $\dfrac{5}{2}\sqrt[5]{8}$ *)*

g) $\dfrac{\sqrt{3}}{5\sqrt[5]{27}} =$ *(Soluc:* $\dfrac{\sqrt[10]{3^9}}{15}$ *)*

h) $\dfrac{3\sqrt[5]{9}}{2\sqrt[3]{243}} =$ *(Soluc:* $\dfrac{\sqrt[15]{3^{11}}}{6}$ *)*

i) $\dfrac{5\sqrt{15}}{\sqrt[3]{15}} =$ *(Soluc:* $5\sqrt[6]{15}$ *)*

j) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt[5]{9}}=$ *(Soluc: $\sqrt[10]{3}$)*

k) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt[5]{2}}=$ *(Soluc: $\sqrt[10]{8}$)*

l) $\dfrac{3}{\sqrt{\sqrt[3]{3}}}=$ *(Soluc: $\sqrt[6]{243}$)*

m) $\dfrac{4}{\sqrt[4]{64}}=$ *(Soluc: $\sqrt{2}$)*

n) $\dfrac{x}{\sqrt{x}}+\dfrac{x}{\sqrt[3]{x^2}}=$ *(Soluc: $\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}$)*

o) $\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{4a}\cdot\sqrt[6]{2a}}{\sqrt[3]{2a^2}}=$ *(Soluc: $\dfrac{2\sqrt[6]{a^5}}{a}$)*

p) $\sqrt[3]{\dfrac{1}{1296}}=$ *(Soluc: $\dfrac{\sqrt[3]{36}}{36}$)*

q) $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt[5]{49}}=$ *(Soluc: $\sqrt[10]{7}$)*

24. Racionalizar denominadores, y simplificar (véase el ejemplo):

a) $\dfrac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{3}}=\dfrac{\left(1+\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)}{\left(1-\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)}=\dfrac{1+\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{2}\sqrt{3}}{1-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{1+\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{1-3}=\boxed{-\dfrac{1+\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}}$

b) $\dfrac{9}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=$ *(Soluc: $\dfrac{9}{4}\sqrt{7}+\dfrac{9}{4}\sqrt{3}$)*

c) $\dfrac{4(\sqrt{5}+2)}{\sqrt{5}-1}=$ *(Soluc: $7+3\sqrt{5}$)*

d) $\dfrac{3(\sqrt{7}+1)}{\sqrt{7}+2}=$ *(Soluc: $5-\sqrt{7}$)*

e) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}=$ *(Soluc: $2+\sqrt{3}$)*

f) $\dfrac{1+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}=$ *(Soluc: $2+\dfrac{3}{2}\sqrt{2}$)*

g) $\dfrac{5-7\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=$ *(Soluc: $-13+6\sqrt{3}$)*

h) $\dfrac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=$ *(Soluc: $\sqrt{2}$)*

i) $\dfrac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{6+\sqrt{6}}=$ *(Soluc: $\dfrac{4}{5}\sqrt{2}-\dfrac{3}{5}\sqrt{3}$)*

j) $\dfrac{7}{7-\sqrt{7}}=$ *(Soluc: $\dfrac{7}{6}+\dfrac{\sqrt{7}}{6}$)*

k) $\dfrac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=$ *(Soluc: $4\sqrt{3}-4\sqrt{2}$)*

l) $\dfrac{\sqrt{2}+1}{3\sqrt{2}-2}=$ *(Soluc: $\dfrac{4}{7}+\dfrac{5}{14}\sqrt{2}$)*

m) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=$ *(Soluc: $3-\sqrt{6}$)*

n) $\frac{7}{\sqrt{8}-2}=$ *(Soluc: $\frac{7}{2}+\frac{7}{2}\sqrt{2}$)*

o) $\frac{2\sqrt{3}-5}{\sqrt{3}-2}=$ *(Soluc: $4+\sqrt{3}$)*

p) $\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}=$ *(Soluc: $-2-\sqrt{3}$)*

q) $\frac{\sqrt{5}+2\sqrt{3}}{2\sqrt{5}-\sqrt{3}}=$ *(Soluc: $\frac{16}{17}+\frac{5}{17}\sqrt{15}$)*

r) $\frac{3\sqrt{2}-4}{3\sqrt{2}+4}=$ *(Soluc: $17-12\sqrt{2}$)*

s) $\frac{2\sqrt{8}-3\sqrt{2}}{2\sqrt{8}+3\sqrt{2}}=$ *(Soluc: 1/7)*

t) $\frac{4+3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+3}=$ *(Soluc: $\sqrt{2}$)*

u) $\frac{12-5\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-3}=$ *(Soluc: $2+3\sqrt{3}$)*

v) $\frac{\left(\sqrt{2+\sqrt{8}}\right)^2}{2-\sqrt{2}}=$ *(Soluc: $4+3\sqrt{2}$)*

w) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=$ *(Soluc: $4+\sqrt{15}$)*

x) $\frac{3\sqrt{5}-4}{\sqrt{5}-2}=$ *(Soluc: $7+2\sqrt{5}$)*

y) $\dfrac{24-13\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-3}=$ *(Soluc: $-2+3\sqrt{3}$)*

z) $\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=$ *(Soluc: $2\sqrt{6}+4$)*

α) $\dfrac{4-\sqrt{6}}{\sqrt{6}-2}=$ *(Soluc: $1+\sqrt{6}$)*

β) $\dfrac{2-\sqrt{8}}{2+\sqrt{2}}=$ *(Soluc: $4-3\sqrt{2}$)*

γ) $\dfrac{-\sqrt{3}-1}{1-\sqrt{3}}=$ *(Soluc: $2+\sqrt{3}$)*

δ) $\dfrac{9+4\sqrt{3}}{3\left(4-\sqrt{3}\right)}=$ *(Soluc: $\dfrac{48+25\sqrt{3}}{39}$)*

ε) $\dfrac{\sqrt{2}+4}{2-\sqrt{2}}=$ *(Soluc: $3\sqrt{2}+5$)*

ξ) $\dfrac{2\sqrt{8}-3\sqrt{2}}{2\sqrt{8}+3\sqrt{2}}=$ *(Soluc: 1/7)*

η) $\dfrac{2\sqrt{3}-3}{2\sqrt{3}+3}+\dfrac{12}{\sqrt{3}}=$ *(Soluc: 7)*

θ) $\dfrac{17-9\sqrt{3}}{3\sqrt{3}-5}-\dfrac{9}{\sqrt{3}}=$ *(Soluc: 2)*

l) $\dfrac{3\sqrt{2}-2}{3\sqrt{2}+2}+\dfrac{6\sqrt{12}}{7\sqrt{6}}=$ *(Soluc: 11/7)*

☞ *Ejercicios libro ed. Editex:* ***pág. 23: 54*** *(expresión binomial radical en el denom.);* ***pág. 16: 20; pág. 23: 55 y 56*** *(los tres casos)*

25. ¿V o F? Razonar **algebraicamente** la respuesta:

a) $\dfrac{\cancel{5}+\sqrt{3}}{\cancel{5}}=1+\sqrt{3}$ *(Soluc: F)*

b) $\dfrac{\cancel{5}+\sqrt{3}}{\cancel{5}}=\sqrt{3}$ *(Soluc: F)*

c) $\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}=1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ *(Soluc: V)*

d) $\dfrac{\cancel{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\cancel{5}}=1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$ *(Soluc: F)*

e) $\dfrac{3+6\sqrt{2}}{3}=1+2\sqrt{2}$ *(Soluc: V)*

f) $\dfrac{4+14\sqrt{5}}{6}=\dfrac{2+7\sqrt{5}}{3}$ *(Soluc: V)*

g) $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2=2+3=5$ *(Soluc: F)*

h) $\sqrt{16+9}=4+3=7$ *(Soluc: F)*